

Bericht zur Fachtagung »Mathematikabitur – Vergleichbar – Unvergleichbar«

am 29./30. November 2016 in Dresden



**KULTUSMINISTER
KONFERENZ**

Inhalt

02 Grußwort

05 Einführung

06 Steffen Böhlke, Rainer Heinrich

»Mathematikabitur – Wo stehen wir?«

15 Bärbel Barzel, Gilbert Greefrath

»Mathematik im Abitur 2030 – vergleichbar.anspruchsvoll.vielseitig«

30 Helmut Heugl

»Ein Blick nach Österreich – die standardisierte kompetenzorientierte Reifeprüfung«

53 Diskussionsergebnisse der Fachtagung

58 Strukturmodell des IQB für die Aufgaben des Aufgabenpools

60 Anhang

61 Foto der Teilnehmer

62 Teilnehmerliste

67 Presseecho

Grußwort



Sehr geehrte Damen und Herren,
liebe Kolleginnen und Kollegen,
ich habe mich für diese persönliche Anrede entschieden. Denn ich bin Lehrer für Geographie und Mathematik und habe auch während der verschiedensten Tätigkeiten im politischen Raum in den letzten Jahren die Entwicklungen in der Schule mit großem Interesse verfolgt.

Die Bezüge zu Zahlen und zur Mathematik sind mir deshalb naturgemäß nicht fremd. Im Gegenteil, ich finde es schlimm, wenn sich Politiker damit brüsten, in Mathematik schlecht gewesen zu sein. Auch als Staatssekretär in einem Kultusministerium diskutieren wir fortlaufend Zahlen.

Ich denke zum Beispiel an die Haushaltsaufstellungen. Sie können sich sicher vorstellen, dass dabei ganz viele Rechnungen in immer neuen Varianten eine Rolle spielen. Wir freuen uns über die gegenwärtig höchste Zuwachsrate an den Geburten. Das heißt aber auch, dass die Schülerzahlen in den nächsten Jahren weiter und sogar drastisch steigen werden. Dafür werden junge, gut ausgebildete Lehrer benötigt, wobei wir unsere Türen gern bundesweit öffnen und Maßnahmen diskutieren, den Lehrerberuf in Sachsen noch attraktiver zu machen.

Liebe Kolleginnen und Kollegen,
ich freue mich und bin auch ein klein wenig stolz, dass diese Fachtagung in Sachsen stattfindet. Und das ist nicht einfach so dahingesagt. Schon um die Jahrtausendwende gab es Diskussionen, ob die Abiture in Deutschland vergleichbar seien und ob es nicht irgendwelche Benachteiligungen für Schüler aus bestimmten Ländern geben würde. Die Oberstufen- und Prüfungssysteme waren in der Tat unterschiedlich und die Klagen kamen eigentlich aus allen Ländern. Denn jedes System hatte seine spezifischen Härten aber auch seine spezifischen Vorteile. In der Regel beschwerten sich die Betroffenen natürlich über die vermeintlichen Nachteile im eigenen Land.

Ich weiß auch, wie schwierig es noch in den 90er Jahren war, überhaupt zum Abitur, geschweige denn zu Abituraufgaben miteinander ins Gespräch zu kommen. Natürlich unterliegen Abituraufgaben einer strengen Geheimhaltung, aber damals war es ein absolutes Tabu, überhaupt darüber zwischen den Ländern Gespräche zu führen.

Hier ist man sich inzwischen einig, dass an einer Erhöhung der Vergleichbarkeit der Abiture kein Weg vorbeiführen kann. Hier geht es um die Sicherung der Mobilität innerhalb der Bundesrepublik. Hier geht es aber vor allem auch um Chancengerechtigkeit im Wettbewerb um attraktive Studien- und Ausbildungsplätze.

Seit 2014 gibt es mit Bayern, Brandenburg, Bremen, Hamburg, Mecklenburg-Vorpommern, Niedersachsen, Sachsen und Schleswig-Holstein eine Ländergruppe, die gemeinsame Aufgabenteile entwickelt und identisch in den Abiturprüfungen einsetzt. Freilich sind das nur einzelne Aufgaben oder Aufgabenteile, trotzdem war das ein Meilenstein. Denn durch die gemeinsame Arbeit haben sich die Länder aufeinander zubewegt, haben Rahmenbedingungen und Aufgabenformate angeglichen. Und: In dieser Gruppe finden wir Länder aus West und Ost, aber auch aus Nord und Süd, wir haben Flächenländer und Stadtstaaten, A- und B-Länder. Das zeigt, dass ein »globales« Denken und Agieren über politische Positionen hinweg in unserem föderalen System möglich ist.

Dann wurden die Bildungsstandards der KMK verabschiedet. Alle Länder haben sich verpflichtet, diese umzusetzen. Der vielleicht entscheidendste Schritt hierzu ist der gemeinsame Aufgabenpool, der unter Federführung des IQB entstanden ist und aus dem sich die Länder 2017 erstmals bei ihren Abiturprüfungen bedienen. Hier sehe ich gleich drei positive Effekte:

- Die Länder waren und sind gezwungen, die Rahmenbedingungen für das Abitur weiter anzugleichen, was ja gegenwärtig gerade passiert.
- Die Aufgaben selbst haben stark normierenden Charakter, weit über das Abitur hinaus.
- Es ist möglich, weitgehend gemeinsame Prüfungstermine zu finden. 15 Länder schreiben 2017 am gleichen Tag das Mathe-Abi.

Nunmehr findet erstmals eine Fachtagung in diesem Rahmen statt, in der Experten der Länder, Aufgabenautoren, Fachdidaktiker, Vertreter des IQB und Vertreter der mathematischen Fachverbände über Abituraufgaben im Fach Mathematik diskutieren. Damit verfolgen Sie das Ziel, mittelfristig Ländertraditionen zu überwinden und noch mehr Vergleichbarkeit in den Aufgabenformaten zu erreichen. Ich freue mich auch, dass das Land Österreich vertreten ist.

Mathematik gehört zu den Kernfächern und leistet vor allem wegen der Kompetenzen im logischen Denken und im Problemlösen einen entscheidenden Beitrag zur Persönlichkeitsentwicklung. Kardinal Michael Faulhaber hat einmal so schön gesagt: »Religion und Mathematik sind nur verschiedene Ausdrucksformen derselben göttlichen Exaktheit.« Hier gilt es, ein hohes Niveau mathematischer Bildung zu sichern, gleichzeitig aber den Auftrag der Allgemeinbildung für die Gymnasien im Blick zu behalten. Was ist grundlegend für einen Abiturienten, egal, was er studieren möchte? Welchen Einfluss hat die neue Welt, haben die Medien auf Bildung?

Sicher werden Sie in zwei Tagen nicht alle Fragen lösen können, vielleicht bleiben auch einige konträre Positionen zunächst stehen. Aber vielleicht und hoffentlich werden von hier Impulse für die Länder, für die KMK ausgehen, die Grundlage für weitere Prozesse sind.

Ich wünsche Ihnen jedenfalls eine erfolgreiche und spannende Tagung und einen angenehmen Aufenthalt in Sachsen.

Dr. Frank Pfeil

Staatssekretär im Sächsischen Staatsministerium für Kultus

»Mathematikabitur – Vergleichbar – Unvergleichbar?«

Fachtagung im Auftrag der AG »Gymnasiale Oberstufe«
der Kultusministerkonferenz zur didaktischen Gestaltung
von schriftlichen Abiturprüfungen im Fach Mathematik

am 29./30. November 2016 im art'otel Dresden

Einführung

Die Kultusministerkonferenz ist seit Jahren bemüht, die Vergleichbarkeit der Abiturprüfungen der Länder weiter zu erhöhen. So wurden 2012 Bildungsstandards für Deutsch, Mathematik und Fremdsprache (Englisch/Französisch) verabschiedet und je ein Aufgabenpool für diese Fächer beim IQB eingerichtet. In diesem Prozess konnten zahlreiche Annäherungen bei den Rahmenbedingungen und Formaten der Abiturprüfungen bereits erreicht werden.

Trotzdem gibt es länderspezifische Besonderheiten und Ländertraditionen, für deren Beibehaltung jeweils gute Gründe sprechen mögen, die aber eine noch größere Vereinheitlichung erschweren. Dies führte dazu, dass beim Abitur 2017 zwar alle Länder Aufgaben aus dem IQB-Pool entnommen haben, aber diese dann in fast allen Fällen an die landesspezifischen Aufgabenformate anpassen mussten. Wie unterschiedlich die Rahmenbedingungen in den einzelnen Bundesländern noch im Jahre 2016 waren, zeigt auszugsweise der nachstehende Vortrag von Böhlke/Heinrich.

In der Sitzung der KMK-AG »Gymnasiale Oberstufe« am 15. März 2016 in Berlin wurde deshalb angeregt, zunächst für das Fach Mathematik eine Fachtagung durchzuführen, bei der es Fragen der Gestaltung der Abiturprüfungen geht. Sachsen hatte dafür die Federführung übernommen und die Tagung gemeinsam mit der KMK organisiert und durchgeführt.

Die Fachtagung fand am 29. und 30. November 2016 im artôtél Dresden statt. Teilnehmerinnen und Teilnehmer sollten unvoreingenommen und losgelöst von bestehenden Ländertraditionen und ergebnisoffen der zentralen Frage nachgehen:

»Wie sieht ein zeitgemäßes Mathematikabitur im Jahr 2030 aus?«

Teilnehmer waren je drei Experten aus allen Bundesländern, die im Land für die Erstellung des Mathematikabiturs Verantwortung tragen.

Weiterhin nahmen Vertreter der Verbände MNU, GDM und DMV ebenso wie Fachdidaktiker sowie Vertreter des IQB teil. Aus aktuellem Anlass (Einführung des Zentralmatura) weilte auch Herr Dr. Heugl aus Österreich unter den Teilnehmern und informierte über aktuelle Entwicklungen bei der Einführung der zentralen standardisierten Reifeprüfung in unserem Nachbarland.

Erfreulich war die rege Beteiligung von Fachdidaktikern deutscher Universitäten, die sich der Diskussion um die »ideale« Abiturprüfung 2030 stellten. Die Positionen von Frau Prof. Barzel, die Mathematik als Struktur betrachtete und Herrn Prof. Greefrath, der Mathematik als Anwendung in den Mittelpunkt stellte, sind nachstehend ebenfalls enthalten.

Es handelte sich um die erste Fachtagung dieser Art und fast naturgemäß konnte am Ende die Frage nach dem zeitgemäßen Abitur nicht abschließend geklärt werden. Allerdings gab es einen inspirierenden Gedankenaustausch und immerhin wesentliche Ansatzpunkte, in denen die Teilnehmer Übereinstimmungen erreichen konnten. Hier gilt es anzusetzen und den Diskurs auch in den Gremien der KMK sowie in enger Kooperation mit dem IQB fortzuführen.

Ob es ein bundeseinheitliches Abitur geben wird, wie einige Teilnehmer forderten, sei dahingestellt. Die Berücksichtigung regionaler Besonderheiten und die Notwendigkeit unterschiedlicher Ferientermine in einem Land mit 80 Millionen Einwohnern sind auch gute Gründe, die gegen ein solches Vorhaben sprechen. Mittelfristig sollte es im Interesse der weiteren Erhöhung der Vergleichbarkeit der Abiture aber gelingen, die Strukturen und das Niveau der Prüfungsaufgaben im Fach Mathematik soweit anzupassen, dass die Abschlüsse von Aachen bis Görlitz und von Flensburg bis Garmisch-Partenkirchen absolut vergleichbar sind.

Allen Teilnehmern sei an dieser Stelle für die Bereitschaft, sich auf einen ergebnisoffenen und konstruktiven Dialog einzulassen, gedankt.

Steffen Böhlke, Rainer Heinrich

Mathematikabitur – Wo stehen wir?

Das **Abitur** (von lateinisch abire ‚davon gehen‘, aus Abiturium; v. neulat. abiturire ‚abgehen wollen‘) bezeichnet den höchsten Schulabschluss in der Bundesrepublik Deutschland und damit die allgemeine Hochschulreife. Mit ihm wird die Befähigung zum Studium an Universitäten und sonstigen Hochschulen nachgewiesen.

<https://de.wikipedia.org/wiki/Abitur>

Inzwischen kann man die verschiedenen Wege zum Erreichen der Allgemeinen Hochschulreife in Deutschland kaum noch zählen. Der Klassiker ist der Weg über das Gymnasium. Aber auch Gesamtschulen, Berufliche- oder Fachgymnasien, Oberstufenzentren, Stadtteilschulen, Kollegs und Abendgymnasien bieten die Chance, mehr oder weniger schnell die allgemeine Hochschulreife zu erwerben.

Da Bildung Sache der Länder ist, entscheiden die auch über die Rahmenbedingungen für den Erwerb des Abiturs. Und hier beginnt es spannend zu werden. Da steht an erster Stelle die Frage über die Dauer der Schulzeit bis zum Abitur, seit über 10 Jahren in einigen Ländern ein Reizthema. Aber auch Stundenzahlen, zu absolvierende Fächer, Lehrpläne oder Kerncurricula, zentrale oder dezentrale Prüfungen, Anzahl der Prüfungsfächer und vieles mehr hat sich nach Ländertraditionen über Jahre hinweg entwickelt.

Die Kultusministerkonferenz (KMK) hat hier lange sehr große Gestaltungsspielräume gelassen. Nun wurde mit den Änderungen der Vereinbarung zur Gestaltung der gymnasialen Oberstufe in der Sekundarstufe II (Beschluss der KMK) im Juni und Dezember 2016 der Rahmen wieder enger gesteckt. Politisches Ziel der KMK und der Länderministerien ist eine Erhöhung der Vergleichbarkeit der Abschlüsse und damit der Chance auf Mobilität innerhalb Deutschlands.

Gleichzeitig steht aber auch die Aufgabe, das Niveau des Abiturs zu halten oder zu erhöhen, denn Hochschulen und Universitäten beklagen seit langem (wahrscheinlich schon immer) die zu geringe Studierfähigkeit der Abiturienten, insbesondere in Mathematik. Hier versuchte die KMK gegenzusteuern.

So ist Mathematik inzwischen in allen Ländern Pflichtfach in der gymnasialen Oberstufe und muss entweder auf grundlegendem oder auf erhöhtem Niveau belegt werden. Zwei der drei Fächer Deutsch, Fremdsprache oder Mathematik müssen laut KMK Abiturprüfungsfächer sein. Die meisten Länder schreiben Mathematik als verbindliches Prüfungsfach vor.

Bereits seit der Abiturprüfung 2014 setzen die Länder Bayern, Bremen, Hamburg, Mecklenburg-Vorpommern, Niedersachsen, Sachsen und Schleswig-Holstein gemeinsame Aufgaben oder Teilaufgaben in den Abiturprüfungen in Deutsch, Englisch und Mathematik ein.¹ Diesem Prozess ging eine mehrjährige Vorbereitungszeit voraus, in der die Rahmenbedingungen schrittweise angeglichen wurden.

Inzwischen hat die KMK am 18.10.2012 Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife verabschiedet, die als Regelstandards beschreiben, über welche Kompetenzen der künftige Abiturient verfügen muss. Zur Illustration der Standards hat das Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) im Auftrage der KMK eine Aufgabensammlung entwickelt. Ab dem Abitur 2017 können sich die Länder in den Fächern Deutsch, Englisch, Französisch und Mathematik aus einem gemeinsamen Abituraufgabenpool beim IQB bedienen. Insgesamt zeigt sich, dass die Länder 2017 von dieser Möglichkeit auch rege Gebrauch gemacht haben und der erste Durchgang problemlos abgelaufen ist.

Dazu wurden die Abiturtermine der Länder weitgehend aufeinander abgestimmt, so dass die Länder an ihrem jeweiligen Prüfungstag eine akzeptable Auswahl an möglichen Prüfungsaufgaben hatten. Trotzdem müssen diese je nach Rahmenbedingungen der Länder ggf. noch modifiziert werden. Genau hier müsste angesetzt werden, um mittelfristig den Pool effizienter nutzen zu können.

Im Folgenden betrachten wir jeweils nur die Abiturprüfungen im Fach Mathematik, denn genau dies ist Thema der Fachtagung.

¹ Das Land Brandenburg ist an dem Projekt im Fach Deutsch beteiligt.

Autoren

Steffen Böhlke

Sächsisches Bildungsinstitut
Dresdner Straße 78 c, 01445 Radebeul
steffen.boehlke@sbi.smk.sachsen.de

Dr. Rainer Heinrich

Sächsisches Staatsministerium für Kultus
Carolaplatz 1, 01097 Dresden
rainer.heinrich@smk.sachsen.de

1. Rahmenbedingungen

Vergleicht man die Prüfungsbedingungen im Zentralabitur 2017, werden trotz der genannten Bemühungen um mehr Vergleichbarkeit Unterschiede deutlich (Stand 29.11.2016).

Die Pflichtwochenstundenzahl im Fach Mathematik in den Jahrgangsstufen 11 bis 12 (13) schwankt in den Bundesländern zwischen 6 und 15. In Deutschland erhält ein Schüler insgesamt von der Klasse 5 bis zur Jahrgangsstufe 12 (13) zwischen 28 und 38 Wochenstunden Mathematikunterricht.

In 10 Bundesländern besteht das schriftliche Abitur aus einem hilfsmittelfreien Prüfungsteil und einem Teil, in dem Hilfsmittel gestattet sind. Betrachtet man nun wieder nur den hilfsmittelfreien Prüfungsteil auf erhöhtem Niveau (Leistungskursfach), so beträgt die Arbeitszeit dafür z. B. in Brandenburg 40 Minuten, in Bayern 90 Minuten. Die Gesamtarbeitszeit schwankt zwischen 255 und 330 Minuten, wobei die Länder sogenannte »Einlesezeiten« zwischen 0 und 45 Minuten dabei bereits berücksichtigt haben.

Wie viele Bewertungseinheiten der Schüler insgesamt erreichen kann, ist ebenfalls eine Tradition des jeweiligen Landes. So können zwischen 60 (Baden-Württemberg) und 144 (Nordrhein-Westfalen) Bewertungseinheiten vergeben werden. Es liegt die Vermutung nahe, dass dies auch Konsequenzen auf die Art und Weise der Korrektur hat. Mag sein, dass dies nicht das entscheidende Kriterium ist. Vergleicht man aber z. B. zwei Länder, die jeweils 120 Bewertungseinheiten vergeben, so stellt man fest, dass selbst hier die Umrechnung in Notenpunkte für das Abitur bisher verschieden gehandhabt wurde. Waren in Sachsen für einen Notenpunkt bisher 26 BE notwendig, so waren dies in Mecklenburg-Vorpommern nur 11. Fairerweise muss gesagt werden, dass sich die KMK nunmehr seit Dezember 2016 auf einheitliche Bewertungsskalen geeinigt hat, die die Länder schrittweise einführen werden.

Schließlich sei noch erwähnt, dass es in einigen Bundesländern die Möglichkeit gibt, im Zentralabitur aus mehreren Aufgabenvorschlägen auszuwählen. Dabei wählen in einigen Ländern wie Nordrhein-Westfalen die Lehrerinnen und Lehrer, in anderen Ländern wie Brandenburg die Schülerinnen und Schüler die jeweiligen Aufgaben zur Bearbeitung aus. Wieder andere Länder wie Sachsen oder das Saarland gestatten keinerlei Wahlmöglichkeiten.

Wir werden im Folgenden die Unterschiede in den Rahmenbedingungen nicht in den Vordergrund der Betrachtungen stellen. Die weitere Angleichung dieser ist eine Hausaufgabe der Kultusministerkonferenz, diese hat sich auf den Weg gemacht. Lehrerinnen und Lehrer haben sich auf die jeweiligen Prüfungsordnungen und Rahmenbedingungen des eigenen Landes einzustellen.

Die Beiträge dieses Heftes sollen Denkanstöße für die mit der Erstellung der Rahmenbedingungen und Aufgaben beteiligten Experten der Länder sowie interessierte Lehrerinnen und Lehrer geben, und den weiteren Prozess zur Erhöhung der Vergleichbarkeit unterstützen.

2. Diskussion um Prüfungen

Das Abitur ist in den letzten Jahren in den Fokus politischer, rechtlicher als auch schulfachlicher Diskussionen gerückt. Aus politischer Sicht besteht der Druck, innerhalb der Bundesrepublik Deutschland Chancengerechtigkeit zu schaffen und Unterschiede in den Anforderungen der Abiture abzubauen. All die genannten Rahmenbedingungen müssen schließlich gerichtsfest in Verordnungen der Länder fixiert sein, Änderungen sind oft mit einem hohen rechtlichen Aufwand verbunden. Die Gestaltung der Prüfungsaufgaben selbst, der Strukturen der Prüfung und die Umsetzung der Bildungsstandards sind wiederum schulrechtliche Aspekte, die von Lehrerinnen und Lehrern und Experten der Hochschulen bei der Erstellung der Aufgaben berücksichtigt werden müssen. Dieses Zusammenspiel von Pädagogen, Juristen und Politikern macht das Thema Prüfungen zu einer sehr komplexen Angelegenheit.

Zusätzlich hat die Diskussion um Abiturprüfungen durch den Übergang von immer mehr Ländern zum Zentralabitur an Intensität gewonnen. Bis 2004 gab es ein Zentralabitur in Deutschland nur in sechs Bundesländern. Im Zuge der Nutzung des IQB-Aufgabenpools gibt es gegenwärtig auch in Rheinland-Pfalz Entwicklungen, die zumindest auf Teile eines Zentralabiturs weisen.

Bayern	Zentralabitur
Baden-Württemberg	Zentralabitur
Berlin	Zentralabitur ab 2007.
Brandenburg	Zentralabitur ab 2005
Bremen	schrittweise Einführung Zentralabitur ab 2007
Hamburg	Zentralabitur ab 2005
Hessen	Zentralabitur ab 2007.
Mecklenburg-Vorpommern	Zentralabitur ab 2005
Niedersachsen	Zentralabitur ab 2006
Nordrhein-Westfalen	Zentralabitur ab 2007
Rheinland Pfalz	kein Zentralabitur, seit 2017 aber zentrale Teile
Saarland	Zentralabitur
Sachsen	Zentralabitur
Sachsen-Anhalt	Zentralabitur
Schleswig-Holstein	schrittweise Einführung Zentralabitur ab 2008
Thüringen	Zentralabitur

In Rheinland-Pfalz wurde mit Einführung des IQB-Aufgabenpools eine zentrale Aufgabe in Analysis eingeführt. Im Nachbarland Österreich gibt es seit 2015 die standardisierte Reifeprüfung für den Erwerb des Matura.

3. Wandel der Aufgaben

Der Mathematikunterricht hat nicht zuletzt als Folge der Ergebnisse internationaler und nationaler Vergleichsstudien in den letzten Jahren Änderungen erfahren. Diese haben auch die Gestaltung der Prüfungsaufgaben beeinflusst, was an Beispiele aus sächsischen Zentralabituren belegt werden soll. Insbesondere zeigen diese die Veränderungen von stark kalkülhaften Aufgaben hin zu kompetenzorientierteren Aufgaben.

Zentralabitur Sachsen 1994:

Gegeben ist eine Funktion f mit der Gleichung

$$y = f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{4x - 4}$$

Führen Sie für die Funktion f eine Kurvendiskussion durch (Nullstellen, Koordinaten des Schnittpunktes mit der y -Achse, Koordinaten der lokalen Extrempunkte und Art der Extrema).

Zentralabitur Sachsen 1999:

Der symmetrische Giebel eines Barockhauses soll rekonstruiert werden. Eine symmetrische, ganzrationale Funktion f beschreibt den oberen Giebelrand. Die x -Achse ist Tangente an den Graphen der Funktion f in den Punkten A $(-4;0)$ und B $(4;0)$. Die Höhe des Giebels beträgt 4m.

- Begründen Sie, dass die Funktion f mindestens 4. Grades sein muss.
- Bestimmen Sie eine Gleichung der Funktion f .

4. Digitale Medien im Abitur

Für den Einsatz digitaler Medien im Unterricht sprechen eine Reihe didaktischer Gründe. Sie leisten einen nicht zu unterschätzenden Beitrag zum:

- Entdecken mathematischer Zusammenhänge und zum Experimentieren
- Visualisieren und zur Verständnisförderung für mathematische Zusammenhänge
- Ermöglichen verschiedener Lösungszugänge
- Motivieren
- Anwenden der Mathematik
- Verarbeiten größerer Datenmengen

Schließlich entlasten sie den Unterricht von kalkülhaften, routinemäßigen Rechengängen und wirken als Katalysator bei der Änderung der Aufgabenkultur.

Die KMK-Bildungsstandards führen aus: »Einer durchgängigen Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge im Unterricht folgt dann auch deren Einsatz in der Prüfung«.

Digitale Medien wie GTR mit oder ohne CAS sind inzwischen auch in den Abiturprüfungen der Länder gängiger Standard. Durch zunehmenden Anwendungsbezug der Aufgaben, durch die Umsetzung von Modellierungsaspekten und insbesondere beim Nachweis der in den Standards ausgewiesenen allgemeinen mathematischen Kompetenzen nimmt ihre Bedeutung hier auch spürbar zu. Trotzdem werden die oben genannten Ziele des Einsatzes digitaler Medien in traditionellen Prüfungsformen meist noch weniger deutlich als im Unterricht.

Die Zulassung digitaler Medien in Prüfungen hat seit 1999 (Sachsen forderte damals als erstes Bundesland einen GTR ohne CAS als verpflichtendes Hilfsmittel im Abitur) einen Bruch in den Ländertemperaturen fast aller Länder bewirkt. Inzwischen gibt es Länder, die GTR mit CAS für alle Schüler vorschreiben (Thüringen), die GTR mit oder ohne CAS fordern (Niedersachsen), die WTR oder CAS als Alternativen ermöglichen (Bayern) die WTR, GTR oder CAS-Varianten anbieten (Hessen) oder auch nur den WTR zulassen (Sachsen-Anhalt).

Länder, die Aufgaben in Abhängigkeit vom verwendeten Hilfsmittel in mehreren Varianten anbieten, lassen sich von dem rechtlichen Grundsatz der Chancengleichheit leiten und versuchen so, eventuelle Benachteiligungen einzelner Schülergruppen zu vermeiden. Dies erscheint auf den ersten Blick schlüssig, ist aber in der Praxis eine Gratwanderung, da mitunter die für CAS-Aufgaben verwendeten Modelle an sich komplexer sind als die bei Verwendung eines WTR.

Aufgabenbeispiel Landesabitur Hessen 2007, Grundkursfach

Zur Premiere eines Films bringt eine Schokoladenfirma Überraschungseier mit Filmfiguren auf den Markt. Die Firma wirbt damit, dass sich in jedem 5. Überraschungsei eine Filmfigur befindet. [...] Ein Kunde vermutet, dass die Firma mit der Werbung betrügt, d. h. in Wirklichkeit wird die Behauptung »In jedem fünften Ei ...« nicht eingehalten. Er beauftragt ein Kontrollinstitut, dies zu untersuchen. Das Institut kauft 100 Überraschungseier. [...]

Variante WTR:

Erklären Sie, was hier Fehler erster Art ist und begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler erster Art hier kleiner als 2,5 ist.

Variante CAS: *Anmerkung: Hier geht man anstelle von 100 von 160 Überraschungseiern aus.*

Erklären Sie, was hier Fehler erster Art ist und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für diesen.

Verändern Sie die Entscheidungsregel so, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art kleiner als 2,5 ist.

Für Schüler, die CAS verwenden, wird hier eine weitere Problemstellung in die Aufgabe aufgenommen, die durchaus zusätzliche Problemlösekompetenz voraussetzt und den Schwierigkeitsgrad der Aufgabe erhöht. Die Varianten unterscheiden sich im Problemlöseanspruch, nicht nur im Aufwand für Rechnen und Termumformen. Es wird also genau dort differenziert, wo CAS keinen wesentlichen Einfluss hat.

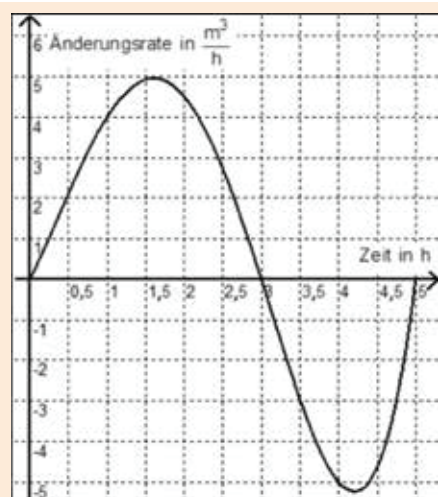
5. Hilfsmittelfreie Prüfungsteile

In einer Abiturprüfung sollten auch sogenannte Basics oder Grundkompetenzen überprüft werden, die hilfsmittelfrei zu beherrschen sind. Das muss nicht zwangsläufig in hilfsmittelfreien Prüfungsteilen erfolgen, jedoch ist es ein moderates Mittel, schriftliche Prüfungen in einen hilfsmittelfreien Teil und in einen solchen mit Verwendung von Hilfsmitteln zu gliedern. Dies geschieht nicht nur in deutschen Bundesländern sondern z. B. auch in Dänemark oder Australien.

Analysiert man die in den betreffenden Ländern eingesetzten Aufgaben, so setzt sich der hilfsmittelfreie Prüfungsteil aus vergleichsweise kleinen Teilaufgaben zusammen, die unabhängig voneinander gelöst werden können. Auf Aufgaben mit höherer Komplexität wird bewusst verzichtet. Gleichwohl wird versucht, auch im hilfsmittelfreien Prüfungsteil Aufgaben mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad zu stellen, die verschiedenen Anforderungsniveaus der Bildungsstandards zugeordnet werden können.

Der hilfsmittelfreie Prüfungsteil soll nicht der Platz sein, an dem ausschließlich traditionelle kalkülartige und algorithmisch zu lösende Rechenaufgaben abgearbeitet werden. Vor allem sollen hilfsmittelfreie Prüfungsteile Aufgaben aus verschiedenen mathematischen Teilgebieten enthalten und möglichst viele Kompetenzen und Anforderungsniveaus der Bildungsstandards berücksichtigen.

Aufgabenbeispiel aus den Musteraufgaben der Länder Bayern, Hamburg, Mecklenburg-Vorpommern, Niedersachsen, Sachsen und Schleswig-Holstein 2012



Zur Wasserspeicherung und zum Hochwasserschutz hat eine Gemeinde ein quaderförmiges Speicherbecken errichtet. Die Grundfläche des Beckens beträgt 5 m^2 . Die Grafik zeigt die Zufluss- und die Abflussrate in m^3/h .

a) Bestimmen Sie näherungsweise das Volumen des in den ersten drei Stunden zufließenden Wassers.

b) Skizzieren Sie einen Graphen, der die Höhe des Wasserstandes im Speicherbecken in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt.

Digitale Hilfsmittel sind zur Lösung der Aufgabe nicht notwendig, die geforderte näherungsweise Lösung erfolgt durch Abzählen geeigneter Einheitsquadrate. Diese Aufgabe fokussiert auf Modellierungskompetenzen, klare inhaltliche Vorstellungen von Grundlagen der Differenzial- und Integralrechnung, insbesondere von der Bedeutung der Änderungsrate und vom Zusammenhang der grafischen Darstellungen von Funktionen und Ableitungsfunktionen.

Aufgabenbeispiel aus Schriftliche Abiturprüfung Leistungskursfach Mathematik, Sachsen 2016

1.2 Für die Funktion f mit $f(x) = \frac{x+2}{(x+2) \cdot (x-1)}$ gilt:

- ☐ Die Funktion f besitzt an der Stelle $x = -2$ einen Funktionswert.
- ☐ Die Funktion f besitzt an der Stelle $x = -2$ zwei Funktionswerte.
- ☐ Die Funktion f besitzt an der Stelle $x = -2$ eine Nullstelle.
- ☐ Die Funktion f besitzt an der Stelle $x = -2$ eine Polstelle.
- ☐ Die Funktion f besitzt an der Stelle $x = -2$ einen Grenzwert.

Kreuzen Sie die richtige Antwort an.

6. Prüfungsstrukturen

Neben den eingangs genannten Unterschieden in den Rahmenbedingungen der Prüfungen findet man im Zentralabitur auch Unterschiede in den Strukturen der Prüfungsarbeiten. Da diese Aspekte durchaus auch inhaltliche Konsequenzen haben, sollen einige der gegenwärtig in Deutschland auftretenden Strukturen genannt werden. Diese zeigen, was die Schülerinnen und Schüler letztlich ggf. noch nach Auswahl der Aufgaben bearbeiten müssen. Die Beispiele sind jeweils den Prüfungen auf erhöhtem Anforderungsniveau entnommen (Stand 2016).

Variante 1, z. B. Berlin, Hessen, Rheinland-Pfalz

Analysis
Geometrie/Algebra
Stochastik

Variante 2, z. B. Baden-Württemberg, Nordrhein-Westfalen

Hilfsmittelfreier Prüfungsteil zu allen drei Fachgebieten
Analysis
Geometrie/Algebra
Stochastik

Variante 3, Thüringen (ähnliche Modelle z. B. in Schleswig-Holstein, Bremen)

Hilfsmittelfreier Prüfungsteil zu allen drei Fachgebieten		
Analysis		
Geometrie/Algebra (25 BE)	und	Stochastik (15 BE)
	oder	
Geometrie/Algebra (15 BE)	und	Stochastik (25 BE)

Variante 4, Sachsen

Hilfsmittelfreier Prüfungsteil zu allen drei Fachgebieten
Zwei komplexe Anwendungsaufgaben, die alle Fachgebiete vernetzen

Weitestgehend haben die Länder inzwischen umgesetzt, dass alle drei mathematischen Fachgebiete Analysis, Geometrie/Algebra und Stochastik Gegenstand der Mathematikprüfung sind, wenngleich mit unterschiedlicher Wichtung, insbesondere was den Anteil von Aufgaben zur Stochastik betrifft.

Variante 5, zurzeit in keinem Bundesland praktiziert

Hilfsmittelfreier Prüfungsteil zu allen drei Fachgebieten
Analysis
Geometrie/Algebra
Stochastik
<i>Dezentraler Prüfungsteil zur schulspezifischen Schwerpunktsetzung und insbesondere zur Prüfung der Problemlösekompetenz</i>

Diese Variante wurde z. B. im Rahmen der Fachtagung im November 2016 in Dresden von Fachdidaktikern als eine mögliche Vision empfohlen. Im Sinne einer effizienten Nutzung der Aufgaben aus dem IQB-Pool wäre eine Angleichung der Strukturen über Ländergrenzen hinweg wünschenswert. Blicke es beim Status Quo, so müssten die Aufgaben aus dem Pool auch künftig jeweils den Bedingungen des einzelnen Bundeslandes angepasst werden.

7. Realitätsbezug – inner- und außermathematische Aufgaben

Während es noch in den 90er Jahren eher die Regel war, innermathematische Aufgaben in den Abiturprüfungen zu stellen, gibt es gegenwärtig die Tendenz, stärker anwendungsorientierte Problemstellungen zu konstruieren. Dabei geht es weniger darum, die Nützlichkeit mathematischer Methoden in der Lebenswelt zu zeigen, dies ist nicht Aufgabe der Prüfung. Vielmehr bieten Anwendungsaufgaben die Chance, den Ausprägungsgrad der Allgemeinen mathematischen Kompetenzen der KMK-Bildungsstandards »Probleme mathematisch lösen«, »Mathematisch modellieren« in Kontexten nachzuweisen.

Gleichwohl sind dabei häufig Kompromisse einzugehen, da reale Modellierungen im Mathematikunterricht nur schwer und in (zentralen) Prüfungen kaum umsetzbar sind. Meist wird in den Prüfungsaufgaben deshalb ein künstlich konstruiertes Modell vorgegeben, in dem die Schülerinnen und Schüler dann mathematisch agieren. Grundsätzlich erscheint dies als gangbarer Weg, Kritiker wenden sich gegen die teilweise realitätsfernen Modelle oder gegen den hoch erscheinenden Textanteil, den solche Aufgaben häufig mit sich bringen.

Beispiel: Zentralabitur Sachsen 2016, Leistungskursfach

Einführungstext der Aufgabe B2

Zur Tierbeobachtung wird ein Hochstand errichtet (siehe Abbildung). Der geplante Hochstand besteht aus einer Kanzel, die von einem Kanzelbock getragen wird, einer Leiter und einem Dach. Der Kanzelbock besteht aus den Balken \overline{AG} , \overline{BH} , \overline{CI} und \overline{DJ} . Die Punkte A , B , C und D bilden ein Rechteck.

Auf die Kanzel $\overline{GHMLQPJINOTU}$, welche die Form eines geraden Prismas besitzt, ist das rechteckige Dach \overline{PRSU} aufgesetzt.

Die rechteckige Leiter \overline{EFKG} führt vom Boden zum rechteckigen Einstieg \overline{GKVP} in die Kanzel. Der geplante Hochstand kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) dargestellt werden. Der ebene Boden liegt dabei in der x - y -Koordinatenebene.

Folgende Punktkoordinaten sind gegeben:

$A(4,0 \mid 0,0 \mid 0,0)$, $C(0,0 \mid 3,5 \mid 0,0)$, $D(0,0 \mid 0,0 \mid 0,0)$, $G(3,5 \mid 0,5 \mid 4,0)$,
 $I(0,5 \mid 3,0 \mid 4,0)$, $J(0,5 \mid 0,5 \mid 4,0)$, $M(3,5 \mid 3,0 \mid 5,0)$, $L(3,5 \mid 2,0 \mid 5,0)$,
 $P(3,5 \mid 0,5 \mid 6,0)$, $S(0,5 \mid 4,0 \mid 6,7)$.

Materialdicken werden vernachlässigt.

[...]

2.8 Zur Einweihung des Hochstandes bereitet dessen Besitzer für Kinder ein Spiel vor. Für dieses Spiel stellt er drei Gefäße A, B und C bereit. In den drei Gefäßen befinden sich gleichartige Lose mit je einem Bild. Folgende Lose befinden sich in den Gefäßen:

Gefäß A: 3 Lose mit einem Reh, 4 Lose mit einem Kuckuck

Gefäß B: 1 Los mit einem Reh, 2 Lose mit einem Kuckuck

Gefäß C: 5 Lose mit einem Reh

Als Spielregeln sollen gelten:

Ein Kind zieht zufällig ein Los aus Gefäß A und legt es in Gefäß B. Danach zieht dieses Kind zufällig ein Los aus Gefäß B und legt es in das Gefäß C. Befindet sich anschließend im Gefäß C ein Los mit einem Kuckuck, gewinnt das Kind. Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit das Kind bei diesem Spiel gewinnt.

Sicher ist die Einweihung eines Hochstandes wohl in den seltensten Fällen mit einem Kinderfest verbunden, jedoch soll hier keine Aufgabenkritik geübt werden. Vielmehr wird deutlich, wie kompliziert die Suche nach geeigneten Beispielen und die Aufgabenkonstruktion meist ist.

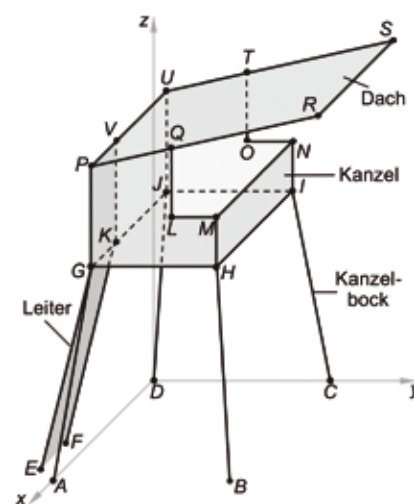


Abbildung (nicht maßstäblich)

8. Rechtliche Aspekte

Aus rechtlicher Sicht unterscheiden sich Klausuren und sonstige Leistungsbewertungen im Unterricht grundlegend von Prüfungen. Prüfungen dienen in erster Linie der Vergabe von Abschlüssen. Die Prüfungsergebnisse haben schließlich kaum noch eine pädagogische Funktion, noch lassen eventuell sichtbare Defizite und Fehler Schlussfolgerungen für den weiteren schulischen Lernerfolg zu. Prüfungsergebnisse werden deshalb auch eher als andere Noten bei der rechtlichen Anfechtung von Abiturzeugnissen oder dem Bescheid des Nichtbestehens des Abiturs herangezogen.

Deshalb sind eine stringente Einhaltung von Prüfungsverordnungen und das Vermeiden von formalen Verfahrensfehlern bei Prüfungen hier unabdingbar. In diesem Beitrag kann und soll nicht auf die einzelnen einzuhaltenden Normative eingegangen werden, zumal sich die Regelungen in den Prüfungsordnungen der Länder auch in diesem Punkt unterscheiden. Wer sich für Rechtsstreite im Zusammenhang mit Mathematikprüfungen interessiert, dem seien zwei interessante und durchaus kurzweilige Verfahren empfohlen:

- Az: 5 K 2733/00 beim VG Dresden: Hier hatte das Land Sachsen einer Schülerin das Abitur ab-erkannt, weil davon ausgegangen wurde, dass die Prüfung mit Kenntnis des Erwartungsbildes geschrieben wurde.
- Az: 2 A 142/09 beim OVG Bautzen: Hier ging es um die Frage, ob die im Abitur 2003 im Grundkursfach in Sachsen gestellten Aufgaben dem sächsischen Lehrplan entsprachen oder nicht.

Literatur

Vereinbarung zur Gestaltung der gymnasialen Oberstufe in der Sekundarstufe II (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 07.07.1972 i.d.F. vom 16.12.2016)

Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012), – Wolters Kluwer Deutschland GmbH, Köln 2015

<https://de.wikipedia.org/wiki/Abitur>

Schriftliche Abiturprüfung im Leistungskursfach Mathematik 1994, 1999 und 2016, Sächsisches Staatsministerium für Kultus, www.bildung-sachsen.de (passwortgeschützte Seiten)

Bayrisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus, Behörde für Schule und Berufsbildung Hamburg, Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Mecklenburg-Vorpommern, Niedersächsisches Kultusministerium, Sächsisches Staatsministerium für Kultus, Ministerium für Bildung und Kultur Schleswig-Holstein; – München, Hamburg, Schwerin, Hannover, Dresden und Kiel (Hrsg.) (2012): Musteraufgaben für das Fach Mathematik zur Vorbereitung der Einführung länderübergreifender gemeinsamer Aufgabenteile in den Abiturprüfungen ab dem Schuljahr 2013/14; beispielsweise zu finden unter: www.bildung.sachsen.de

Heinrich, R. (2013): Basiskompetenzen in hilfsmittelfreien Abiturprüfungsteilen. In: Praxis der Mathematik in der Schule, 55, S. 39 – 43.

Heinrich, R. Hilfsmittelfreie Prüfungsteile in Abiturprüfungen – Ein möglicher Weg zu mehr Vergleichbarkeit? in Heintz, G., Pinkernell, G., Schacht, F. – Digitale Werkzeuge für den Mathematikunterricht – Festschrift für Hans-Jürgen Elschenbroich. – Appel & Klinger, Schneckenlohe, 2016

Bärbel Barzel, Gilbert Greefrath

Mathematik im Abitur 2030 – vergleichbar. anspruchsvoll. vielseitig

Denkt man über das Abitur 2030 in Deutschland nach, geht man unwillkürlich vom Status Quo aus und dieser ist von einer großen Disparität in den Ländern geprägt. Nicht nur die Frage, ob der Weg zum Abitur acht oder neun Jahre dauert, wird unterschiedlich beantwortet und gelöst, auch die Konkretisierungen bezogen auf Inhalte und Organisation weisen eine große Vielfalt auf. In den Stundentafeln der einzelnen Bundesländer für das Fach Mathematik schwankt die Summe der Wochenstunden von Klasse 5 bis zum Abitur zwischen 29 und 35, wenn man nur das grundlegende oder allgemeine Niveau betrachtet. Hinzu kommen Differenzen in der schriftlichen Abiturprüfung bei den Arten von Bewertungspunkten, bei der für die schriftlichen Prüfungen zur Verfügung stehenden Zeit und bezüglich Einarbeitungszeiten sowie bei der Frage, welche digitalen Mathematikwerkzeuge im Abitur erlaubt sind. Ein visionärer Blick auf das Mathematikabitur in Deutschland 2030 geht als Idealfall davon aus, dass solche Rahmenbedingungen angeglichen werden, da der inhaltliche Anspruch von Abschlussprüfungen nicht von solchen Nuancierungen abhängen sollte. Eine gewisse Einheitlichkeit würde Klarheit und Transparenz und vor allem eine bessere Vergleichbarkeit von Abiturprüfungen schaffen.

Deshalb sind die begonnenen Maßnahmen zur Harmonisierung der verschiedenen Wege in den Ländern sehr zu begrüßen. Für das Fach Mathematik ist vor allem der am Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) entstandene gemeinsame Aufgabenpool ein wichtiger Schritt, von der inhaltlichen Qualität von Aufgaben und Anforderungen aus die Gemeinsamkeiten in den Blick zu nehmen. Dieser inhaltliche Blick auf Prüfungsaufgaben eröffnet eine wichtige Perspektive, die curricularen Anforderungen zu konkretisieren und entsprechende Schlüsse für den Unterricht zu ziehen. Mit unserem Beitrag möchten wir diese inhaltliche Diskussion aus mathematikdidaktischer Perspektive unterstützen.

Wir betrachten dabei die Abiturprüfung im Fach Mathematik aus den beiden Blickwinkeln »Mathematik als Struktur« und »Mathematik als Anwendung« – in Anlehnung an zwei der drei Winterschen Grunderfahrungen, die für die Bildungsstandards sinnvollerweise als Fundierung gewählt wurden. Die dritte Grunderfahrung zur Entwicklung heuristischer Strategien ist untrennbar mit diesen beiden Blickwinkeln verbunden und wird beim Blick auf Prüfungsaufgaben implizit mitbedacht.

Die inhaltliche Qualitätssicherung durch Aufgabenentwicklung ist eine wichtige Maßnahme für die Weiterentwicklung der Abiturprüfung in Mathematik mit einer Perspektive für das Jahr 2030, die wir hier ausgewählt haben. Ebenso zu bedenken ist, die Lehrkräfte adäquat bei ihrer Professionalisierung und Weiterentwicklung von Unterricht im Sinne der angestrebten Ziele und Kompetenzen zu unterstützen. Hierzu kann neben der sinnvollen Zentralisierung von Prüfungen auch sinnvoll sein, Lehrkräfte wieder aktiv an der Aufgabenentwicklung für Abiturprüfungsaufgaben zu beteiligen.

Historie und Ausgangssituation

Mathematikaufgaben in der Abiturprüfung haben sich im Laufe der Geschichte immer wieder verändert und an die unterrichtlichen Rahmenbedingungen angepasst.

Dies ist sowohl mit Blick auf Mathematik als Struktur wie auch als Anwendung interessant. Durch die Meraner Reformbewegung Anfang des 20. Jahrhunderts wurde ein ausgewogeneres Verhältnis zwischen formaler und materieller Bildung angeregt. Insbesondere das Funktionale Denken wurde dabei in den Mittelpunkt gestellt.

Autoren

Prof. Dr. Bärbel Barzel
Universität Duisburg-Essen

Prof. Dr. Gilbert Greefrath
Westfälische Wilhelms-Universität Münster

Das im Rahmen der Meraner Reform ebenfalls propagierte utilitaristische Prinzip sollte »die Fähigkeit zur mathematischen Behandlung der uns umgebenden Erscheinungswelt zur möglichststen Entwicklung bringen« (Klein, 1907, S. 209). So kam es in der Folge auch zu einem verstärkten Einsatz von anwendungsbezogenen Problemen. Dieser Trend lässt sich bis in die 1950er Jahre beobachten (Toepell, 2003). Andererseits kam es mit David Hilbert, der in Göttingen eng mit Felix Klein zusammenarbeitete, zu einer Fokussierung auf die Strukturorientierung der Mathematik durch Hilberts Bestreben eines axiomatisch geschlossenen Aufbaus der Mathematik. Es war insbesondere die Forschergruppe mit dem Pseudonym »Nicolas Bourbaki« (z. B. Bourbaki, 1989), die diese Idee aufgriff und die bis dahin bekannte Mathematik streng formal und axiomatisch erfasste. Diese Strukturmathematik als streng deduktives System setzte sich als Standard in der Hochschulmathematik durch und prägt diese bis heute, wenn auch mittlerweile weit weniger formalistisch.

Als Neue Mathematik zog diese Strukturmathematik während der 1960er und 1970er Jahre in die Curricula der Schule ein und Mathematik wurde stärker als Beschäftigung mit abstrakten Strukturen und ihren Zusammenhängen gelehrt. Damit wollte man insbesondere am Gymnasium eine Angleichung an die Strukturorientierung der Fachdisziplin an den Hochschulen erreichen, auch wenn dies allenfalls lokal gelang. Anwendungsbezüge wurden durch diese Reform zwar nicht völlig verdrängt, aber deutlich reduziert und auf unterschiedliche Weisen beeinflusst. So wurde später sogar das inhaltliche Repertoire anwendungsbezogener Aufgaben im Mathematikunterricht ausgeweitet, z. B. durch die Einführung der Wahrscheinlichkeitsrechnung in die Schulmathematik. Ab den 1980er Jahren schwand der Einfluss der Neuen Mathematik.

Mit den eher schwachen Ergebnissen Deutschlands in den internationalen Vergleichstests wie 1995 TIMSS (z. B. Baumert, Lehmann, 1997) und 2000 PISA (Baumert et al., 2001) wurde die Frage der Unterrichtsinhalte neu fokussiert und standen nun weniger die mathematischen Begriffe und Konzepte im Mittelpunkt als vielmehr die mathematischen Denk- und Arbeitsweisen. Man strukturierte mathematische Fähigkeiten in einerseits das Wissen um mathematische Begriffe und Strukturen und andererseits die Kenntnisse und Fertigkeiten zur Anwendung der Mathematik. Als Kompetenzen wurde dies im dänischen KOM-Projekt von Mogens Niss erstmals spezifiziert (Niss, 2003) und unter anderem das Argumentieren und Beweisen, das Problemlösen, das Modellieren, das Verwenden von Darstellungen als mathematische Arbeitsweisen benannt.

In Deutschland trug die Gründung einer deutschsprachigen ISTRON-Gruppe 1990 zur Intensivierung der Modellierungsdiskussion bei. Die Idee von ISTRON war und ist, dass der Mathematikunterricht aus vielerlei Gründen stärker anwendungsorientiert werden soll. Einerseits sollten Lernende Situationen aus Alltag und Umwelt mit Hilfe von Mathematik besser verstehen lernen sowie andererseits allgemeine mathematische Qualifikationen, wie Übersetzen zwischen Realität und Mathematik, und die Haltung erwerben, offen mit Mathematik auch in neuen Situationen umzugehen. Bei Lernenden soll damit ein adäquates Bild von Mathematik aufgebaut werden, das die tatsächliche Verwendung von Mathematik in Realkontexten ebenso einschließt wie das Unterstützen des Lernens von Mathematik mithilfe von Anwendungsbezügen (s. Blum, 1993, S. V). Im Lauf der folgenden Jahre hat das Modellieren in Lehrpläne und Standards für den Mathematikunterricht Einzug gehalten. Heute sind Anwendungsbezüge ein selbstverständlicher Bestandteil des Mathematikunterrichts und der Bildungsstandards in Deutschland. Das Modellieren wurde als Kompetenz in die Bildungsstandards (KMK, 2004; KMK, 2012) aufgenommen.

Seit 2006 gibt es eine Gesamtstrategie der Kultusministerkonferenz zum Bildungsmonitoring, die dazu dient, die Kompetenzorientierung im Bildungssystem zu stärken. Hier spielt im Fach Mathematik neben dem Modellieren auch das Argumentieren und Problemlösen eine wichtige Rolle. Neben internationalen Schulleistungstudien (PISA, TIMSS) gibt es nationale Schulleistungstudien sowie Vergleichsarbeiten (VERA) in den Klassen 3 und 8. Ab dem Jahr 2017 gibt es in Deutschland einen Aufgabenpool mit Abiturprüfungsaufgaben, aus dem alle Länder Aufgaben für die Abiturprüfungen entnehmen können. Dies ist ein wichtiger Schritt, um die Qualität der Prüfungsaufgaben zu verbessern und das Anforderungsniveau in den Ländern schrittweise anzugleichen. Die Aufgaben sind auf der Basis der Bildungsstandards entwickelt. Daher sind auch standardmäßig Aufgabenteile zur Kompetenz Modellieren in deutschen Abiturprüfungsaufgaben vorhanden. Generell sollen die Prüfungsanforderungen formale und anwendungsbezogene Aufgaben in einem ausgewogenen Verhältnis enthalten (KMK, 2012, S. 24).

Fundierung

Mathematik beschäftigt sich einerseits mit abstrakten Strukturen und Ideen und andererseits mit Modellen zur Beschreibung der Umwelt. Schülerinnen und Schüler sollten im Mathematikunterricht beide Seiten der Mathematik erfahren.

Heinrich Winter schlüsselt den Beitrag des Mathematikunterrichts zur mathematischen Allgemeinbildung in drei Grunderfahrungen auf. Diese drei Grunderfahrungen sind:

- »Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollen, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennenzulernen und zu begreifen,
- in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten (heuristische Fähigkeiten), die über die Mathematik hinausgehen, zu erwerben.« (Winter, 2003)

Ausgehend von diesen drei Grunderfahrungen wurde das Kompetenzmodell der Bildungsstandards im Fach Mathematik entwickelt. Das Kompetenzmodell, welches den Bildungsstandards im Fach Mathematik zugrunde liegt, hängt nicht ausschließlich von der Fachsystematik ab, sondern ist ausgerichtet an Lernprozessen und Phänomenen mathematischen Handelns im Unterricht und im Alltag. Es werden in diesem Modell zunächst die folgenden drei Dimensionen unterschieden:

- Allgemeine mathematische Kompetenzen,
- Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen, strukturiert nach Leitideen, und
- Anforderungsbereiche.

Dabei soll im Mathematikunterricht ein möglichst umfassendes Bild von Mathematik als allgemeinbildendes Fach vermittelt und erzeugt werden. Damit ist es unumgänglich, alle drei Grunderfahrungen im Unterricht anzusprechen. In den Prüfungen sollen ebenfalls alle drei Grunderfahrungen abgebildet werden. Zur Verwirklichung der ersten Grunderfahrung ist die Einbeziehung von Anwenden und Modellieren im Mathematikunterricht unerlässlich.

Die Herausforderung der »guten Aufgabe« für Prüfungen

Die Bildungsstandards bieten gemäß ihrer Konzeption vielfältige Möglichkeiten für die Erstellung von Abituraufgaben. Dabei ist die Vielfalt bezogen auf die Sachgebiete, die allgemeinen mathematischen Kompetenzen und die Anforderungsbereiche der Aufgaben ein wichtiges Ziel. Dies ist auch eines der Prinzipien für die aktuelle Aufgabenerstellung am IQB. So sind also Aufgaben zum »technischen Arbeiten« ebenso möglich wie Aufgaben zu mathematischen Begründungen, zum Problemlösen oder zur Förderung der Fachsprache. Im Rahmen der Bildungsstandards sind aber auch weitere Aufgabentypen denkbar, die zurzeit nicht in die Sammlung der Beispielaufgaben für Abiturprüfungen aufgenommen wurden.

Ein Beispiel für eine solche weitere Aufgabe ist ein sogenannter »mathematischer Aufsatz«. Eine Aufgabenstellung könnte etwa sein: »Erläutern Sie in einem Text (15–20 Zeilen) Extrempunkte von Funktionsgraphen. Gehen Sie auf unterschiedliche Arten von Extrempunkten und mögliche Nachweismethoden ein. Beschreiben Sie den Nutzen der Kenntnis von Extrema beim Arbeiten mit Funktionen.« (Heintz, Drüke-Noe & Greefrath, 2015, S. 176). Eine solche Aufgabenstellung böte trotz zentraler Prüfungen die Möglichkeit, eigene Schwerpunkte zu setzen und ein Themengebiet unterschiedlich intensiv und individuell strukturiert darzustellen. Sie schafft zudem die Möglichkeit, den produktiven Teil der Kompetenz des mathematischen Kommunizierens verstärkt anzusprechen. Das Beispiel zeigt, dass trotz der aktuellen Bemühungen, eine Vielfalt an Inhalten aus den verschiedenen Sachgebieten anzusprechen und alle allgemeinen Kompetenzen zu berücksichtigen, noch viele weitere Möglichkeiten für zentrale Abituraufgaben gemäß den Bildungsstandards bestehen.

Kriterien zur Aufgabenentwicklung










Neben der Erweiterung um neue Aufgabentypen ist es erstrebenswert, die Kriterien und das Hintergrundwissen zum Design von Aufgaben für Lehrkräfte noch stärker transparent zu machen. Die Vermittlung solcher Kriterien kann auch Orientierung geben, wie Kompetenzorientierung im Unterricht im besten Sinne erreicht werden kann. Erste Schritte in diese Richtung sind bereits durch die begleitenden Dokumente zum IQB-Aufgabenpool (insbesondere »Kriterien für Aufgaben«,

»Grundstock von Operatoren«) vollzogen. Jedoch ist dies nur ein erster Ansatz: Die Kriterien sind sehr allgemein und vermitteln keine Transparenz in die tatsächliche »Aufgabenwerkstatt«. Genau das aber bereichert den aktuellen Prozess im Sinne einer gezielten Unterrichtsentwicklung in Mathematik. Hierzu reicht sicher das alleinige Bereitstellen von Dokumenten nicht aus, hier braucht es im Idealfall wissenschaftlich fundierte Programme zur Professionalisierung von Lehrkräften. Konkret müsste es darum gehen, die Leitlinien der Aufgabenentwicklung transparent zu machen und das aus fachdidaktischer Perspektive relevante Metawissen zur Konstruktion vielfältiger, kognitiv anregender Aufgaben zu den unterschiedlichen Kompetenzen zu vermitteln. Nach Lipowsky (2009) stellt kognitive Aktivierung eine der drei latenten Dimensionen der Qualität von Mathematikunterricht dar, neben effektiver Klassenführung und unterstützendem Lernklima. Mit kognitiver Aktivierung wird Lernen als individueller, selbstgesteuerter, aktiver Konstruktionsprozess verstanden und Aufgaben stellen als Lernangebot ihren Kern dar.

Auch wenn die Elemente eines solchen Metawissens vielfach zu den Grundlagen der mathematikdidaktischen Lehramtsausbildung gehören, ist nicht davon auszugehen, dass auch der tatsächliche Unterricht davon durchdrungen ist. Zu solchen Elementen gehören mit Blick auf die Aufgabenkonstruktion für Prüfungen beispielsweise:

- die **Repräsentationsarten** enaktiv, ikonisch und symbolisch (Bruner, 1966) und der Wechsel zwischen ihnen. Für Mathematik wurden die Repräsentationsarten erstmals von Janvier (1978) spezifiziert. Swan (1985) hat mit »Language of Functions and Graphs« vielfältige und reichhaltige Aufgabenvariationen dazu vorgestellt. Abb. 1 vermittelt einen Eindruck, welche unterschiedlichen Aufgabenstellungen sich alleine aus dem Wechsel der Darstellungsarten generieren lassen (in Anlehnung an Barzel, Hußmann, Leuders, 2005)

Abb. 1: Der Wechsel zwischen den Darstellungsarten führt zu vielfältigen Aufgabenstellungen.

von  zu	 Formal-symbolisch	 Situativ-sprachlich	 Graphisch-visuell	 Graphisch-visuell
 Formal-symbolisch	Umformen, Ab- und Aufleiten	Struktur interpretieren, zum Term eine Situation finden	Graph skizzieren oder zeichnen, »typische Handbewegung«	Werte bestimmen, Rechnen
 Situativ-sprachlich	Modellieren (z.B. Kostenverläufe, Messwertreihen, Formen)	Umdeuten, Realsituation vereinfachen, reduzieren	Visualisieren einer Situation, Graph zeichnen (auch qualitative Skizze)	Beispielwerte bestimmen
 Graphisch-visuell	Muster erkennen, Term bestimmen	Interpretieren des Graphen bzgl. Kontext	Graphisch Auf- und Ableiten	Werte ablesen
 Graphisch-visuell	Muster erkennen, Term bestimmen	Interpretieren der Tabelle bzgl. Kontext	Werte im Punktediagramm darstellen	Verfeinern/Vergrößern einer Tabelle

- das Modell der **Grundvorstellungen** von Rudolf vom Hofe (1995), das eine Beschreibung dafür liefert, wie abstrakte mathematische Begriffe in den individuellen Vorstellungen verankert werden können und sollten.
- das Wissen um »typische« **Schülerfehler** zum jeweiligen Themengebiet, das gerade für Multiple-Choice-Formate wichtige Informationen zur Generierung von Distraktoren liefert.

- die Spezifizierung verschiedener **Wissensarten und -facetten** als Grundlage zur gezielten Aufgabenkonstruktion (Prediger et al., 2011, vgl. Abb. 2). Hier wird der Blick darauf konkretisiert, was das Verstehen eines Begriffs in Gänze bedeutet: Nicht nur die Definition (z. B. Exponentialfunktion) muss zu nennen sein, sondern man muss auch Beispiele und Gegenbeispiele angeben können sowie um die Bedeutung und Vernetzung wissen, um flexibel mit dem Begriff umgehen zu können (z. B. Gleichbleibender Wachstumsfaktor als Kern exponentiellen Wachstums).

		Was daran? (Facette des Wissens)			
Was? (Art des Wissens)		Explizite Formulierung	Konkretisierung & Abgrenzung	Bedeutung & Vernetzung	Konventionelle Festlegung
	Konzeptuelles Wissen				
	Konzepte	Definitionen	Beispiele / Gegenbeispiele	Vorstellungen / Darstellungen	Fachwörter Bezeichnungen
	Zusammenhänge	Satz	Beispiele / Gegenbeispiele	(anschauliche) Begründung / Beweis	Namen der Sätze Konventionelle Regeln
	Prozedurales Wissen				
	Mathematische Verfahren, Algorithmen	Anleitung	Bedingungen der Anwendbarkeit, Spezialfälle Fehlerwissen	Vorstellung / Begründung als Verknüpfung zu konzeptuellen Gehalten	Nicht begründbare Festlegungen
	Handwerkliche Verfahren	Anleitung	Umsetzung, Bedingungen		Nicht begründbare Festlegungen
	Metakognitives Wissen (z.B. Strategien des Problemlösens; Schritte beim Modellieren, ...)				

Ein Instrument zur Analyse von Prüfungsaufgaben

Für eine solche Metaebene kann es auch dienlich sein, die Analyse von Aufgaben objektiver und systematischer anzugehen, um auch auf diese Weise Konstruktionsprinzipien von Aufgaben für Lehrkräfte transparent zu machen und gleichzeitig implizit für eine Vielfalt von Aufgabenstellungen auch für den Lernprozess im Unterricht zu sensibilisieren. Ein Beispiel bietet der Mathematical Processes Assessment Coding (MPAC)-Framework zur Analyse von Prüfungsaufgaben (Thompson, Hunsader & Zorin, 2013). Abb. 3 (ebd., S. 406 – hier verkürzt und übersetzt) vermittelt einen Eindruck, nach welchen inhaltlichen Analysekriterien hier Prüfungsaufgaben untersucht werden, die über die bisherigen IQB-Kriterien für Aufgaben hinausgehen. Dieses Analyseinstrument wird auch gezielt zusammen mit Lehrkräften zu deren Professionalisierung genutzt (Hunsader, Zorin & Thomson, 2015).

Operatorenlisten, wie sie auch das IQB als begleitende Dokumente bereitstellt, sind ein wichtiger Schritt zur formalen Transparenz und sprachlichen Klärung der konkreten Anforderungen. Sie unterliegen jedoch der Gefahr, zu oberflächlich und formalistisch wahrgenommen zu werden. Auch hier kann der Blick auf die Tiefenstruktur von Aufgaben dienlich sein, die mathematischen Anforderungen deutlicher zu konkretisieren.

Abb. 2: Die Spezifizierung von Wissensarten und -facetten als Weg zu vielfältigen Aufgaben in einem Themenbereich (Prediger et al., 2011)

Begründen und Beweisen	J/ N
Das Item fragt explizit nach einer Begründung:	
Möglichkeit für mathematisches Kommunizieren	
Das Item erfordert das Aufschreiben eigener Gedanken (mit Symbolen, Bildern, Worten):	J/N/V (V steht für EINE Vokabel)
Verbindungen	
■ Kein Realkontext, nur EIN Inhaltsbereich:	N
■ Realkontext:	R
■ Kein Realkontext, aber mindestens zwei vernetzte Inhaltsbereiche:	I
Repräsentationen: Die Rolle von Graphen	
■ Es wird keine Grafik benutzt	N
■ Grafik, keine Interpretation nötig (superfluus)	S
■ Illustrierende Grafik, keine Interpretation nötig	IL
■ Grafik, Interpretation nötig	GI
■ Grafik muss erstellt werden	GE
Repräsentationen: Übersetzung zwischen verschiedenen Arten	
■ Kein Repräsentationswechsel angeregt	N
■ Wechsel zwischen Verbalem Et Symbolischem	VS
■ Wechsel zwischen Symbolischem Et Graphischem	SG
■ Wechsel zwischen Verbalem Et Graphischem	VG
■ Wechsel zwischen Graphischen Darstellungen	GG
■ Mehr als zwei Wechsel	A

Abb. 3: Der MPAC-Framework dient der Analyse von Prüfungsaufgaben, auch in Fortbildungen

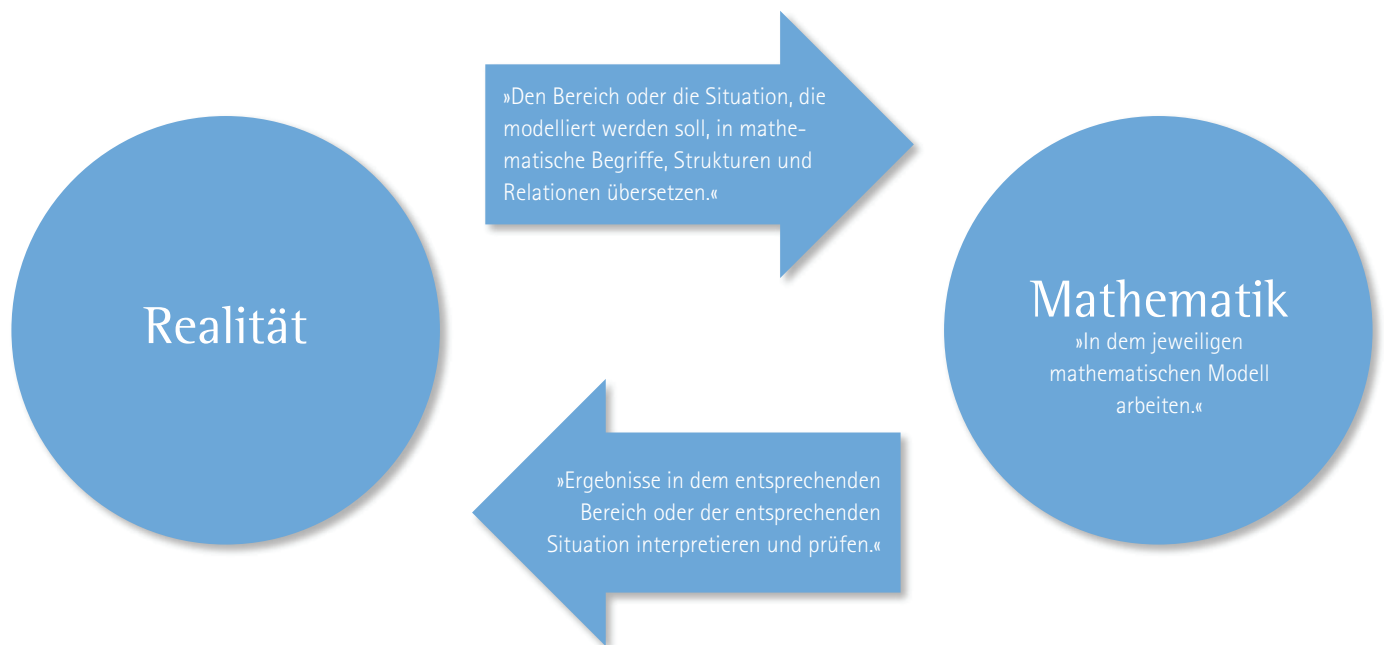
Insgesamt ist zu bedenken, dass an Abituraufgaben vielfältige Ansprüche gestellt werden, deren gleichzeitige Erfüllung nicht immer leicht möglich ist. So sollte eine Prüfungsaufgabe nicht nur die in den Bildungsstandards ausgewiesenen Anforderungs- und Inhaltsbereiche abdecken und ein ausgewogenes Spektrum prozessbezogener Kompetenzen aufweisen, sondern zudem auch inner- und außermathematische Kontexte berücksichtigen, struktur-, anwendungs- und problemorientiert sein, mit Texten und Sprache sinnvoll umgehen und digitale Werkzeuge sinnvoll nutzen (Heintz et al., 2015, S. 178). Zusätzlich sollen Teilaufgaben in einem sinnvollen Zusammenhang miteinander stehen und gleichzeitig so gestaltet sein, dass eine Fehlleistung in einer Teilaufgabe nicht die Bearbeitung der weiteren Teilaufgaben deutlich erschwert (KMK, 2012, S. 24). All dies ist gemeint, wenn kurz von »kompetenzorientierten Abituraufgaben« gesprochen wird.

Anwendungen und Modellieren

Die vielfältigen Anforderungen an Prüfungsaufgaben führen in Aufgaben mit Anwendungssituationen und Modellierungen zu besonderen Herausforderungen, die z. B. so gelöst werden können, dass Anwendungssituationen in Prüfungsaufgaben nur vorkommen, soweit sie einen authentischen Mathematikgebrauch darstellen oder wenn sie Vorteile bei der Problemerschließung bieten. Aufgaben für die Prüfung werden in der Regel kleinschrittiger aufgebaut sein als Aufgaben für den Unterricht. Daher ist es schwierig, wirklich authentische Anwendungen in Prüfungsaufgaben zu verwenden. Insofern werden meist nur Teilschritte des Modellierungskreislaufs in Prüfungsaufgaben aufgenommen.

Mathematisches Modellieren in den Bildungsstandards

Der Kern des mathematischen Modellierens ist – wie in den Bildungsstandards beschrieben – das Übersetzen eines Problems aus der Realität in die Mathematik, das Arbeiten mit mathematischen Methoden und das Übertragen der mathematischen Lösung auf das reale Problem. Die Beschreibungen aus den Bildungsstandards sind im idealisierten Kreislauf in Abb. 4 dargestellt.



Da aber das Modellieren in den Bildungsstandards neben den inhaltsbezogenen Leitideen wie beispielsweise Raum und Form, Funktionaler Zusammenhang und Daten und Zufall sowie neben weiteren allgemeinen Kompetenzen wie z. B. Problemlösen und Argumentieren steht, kann das Modellieren nur im Zusammenspiel mit Inhalten und weiteren allgemeinen Kompetenzen gesehen werden. Modellierungskompetenz kann nicht singular erworben werden, sondern nur in der Auseinandersetzung mit den mathematischen Inhalten aus den Leitideen.

Abb. 4: Modellierungsprozess idealisiert (vgl. KMK, 2003, S. 8)

Es ist sinnvoll, den Blick auch auf die Teilprozesse, die während der Modellierungsprozesse ablaufen, zu richten. Abb. 5 zeigt die Teilkompetenzen im Modellierungskreislauf visualisiert, z. B. wie sich der Prozess der Modellentwicklung aus Vereinfachen und Mathematisieren zusammensetzt.

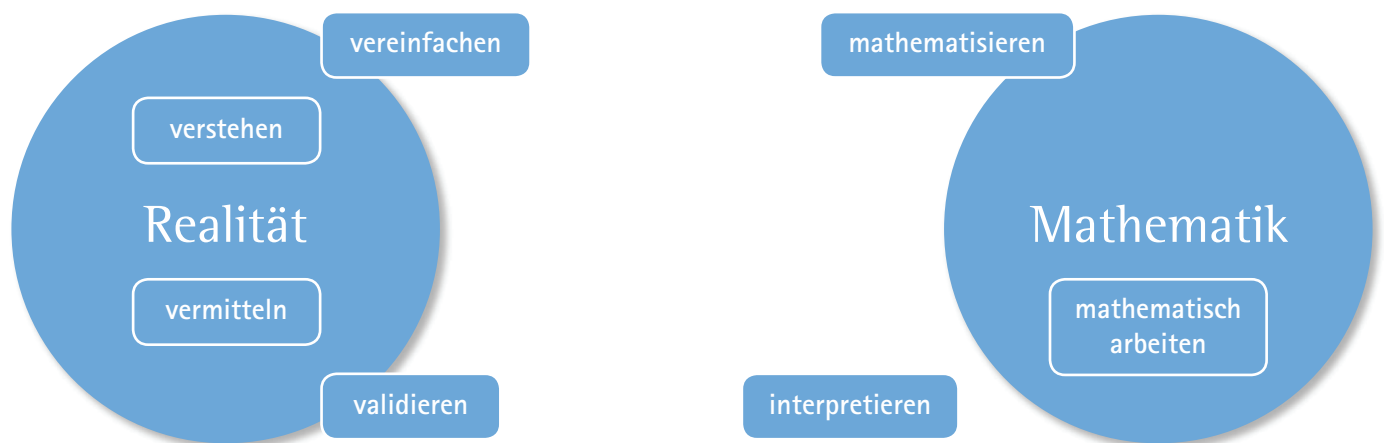


Abb. 5: Teilkompetenzen des Modellierens

Kritik an Abiturprüfungsaufgaben mit Modellierungsanteilen

Die Verwendung von Modellierungen in Prüfungsaufgaben wird aber nicht uneingeschränkt positiv gesehen. Gerade vor dem Hintergrund, dass in Prüfungsaufgaben die Relevanz des verwendeten Sachkontexts häufig nicht im Vordergrund steht, gibt es fundamentale Kritik einiger Fachvertreter an Modellierungen in Prüfungen. Zum einen wird kritisiert, dass »Modellierungskompetenz« mit den Aufgaben gar nicht geprüft wird (Kühnel, 2015, S. 76). Zum anderen formulieren einige Autoren die grundsätzliche Ablehnung von Modellierungsaufgaben in Unterricht und Prüfungen (vgl. Bandelt & Weidl, 2015, S. 4). Stark kritisiert wird auch der größere Anteil an Texten in Prüfungsaufgaben: »Statt mit mathematischen Problemen müssen die Abiturienten mit Formulierungsproblemen kämpfen« (Jahnke et al., 2014, S. 120).

Kritik an Prüfungsaufgaben kann durchaus berechtigt sein, insbesondere dann, wenn es sich um eingekleidete Aufgaben und nicht um Sachaufgaben in Prüfungen handelt. Henn und Müller (2013, S. 205) beschreiben das so: »Leider sind die meisten der so genannten Modellierungsaufgaben in der Schule und insbesondere in der Abiturprüfung in keiner Weise Modellierungen in unserem Sinn. Fast immer geht man von einer mehr oder weniger komplizierten Funktionsgleichung aus, die angeblich eine Skischanze, einen Turm, einen Spielplatz oder ein anderes Konstrukt beschreibt. Nun muss mit dieser Funktion eine übliche Funktionsuntersuchung gemacht werden. Das Ganze ist dann aber keine Modellierungsaufgabe, sondern spielt sich ganz auf der Seite der Mathematik ab.«

Dieser kurze Einblick zeigt, dass die Verwendung des Begriffs »Modellierungsaufgabe« insbesondere in Prüfungen keinesfalls garantiert, einen eindeutigen Aufgabentyp zu charakterisieren. Gleichwohl muss man berücksichtigen, dass in Prüfungen andere Bedingungen als im Unterricht gegeben sind (vgl. Siller et al., 2016, S. 381 f.), da in diesen die Messung von Schülerleistungen im Fokus steht (ebd., 2016, S. 384). Einer kreativen Phase kann also – in einer Prüfungssituation – weniger Aufmerksamkeit gewidmet werden. Zudem zeigen Erkenntnisse der Psychometrie (vgl. Rost, 2004), dass zur Messbarkeit von Leistungen diese explizit und kleinteilig angesprochen werden müssen, um eine valide Aussage erzielen zu können (Greefrath, Siller & Ludwig, 2017).

Analyse aktueller Beispielaufgaben

Im Folgenden werden die vorliegenden Beispielaufgaben des IQB für den Aufgabenpool mit Abiturprüfungsaufgaben unter dem Aspekt des mathematischen Modellierens bzw. Anwendungen analysiert. Von den insgesamt vorliegenden 50 Items beinhalten 20 Items einen Bezug zur Lebenswelt. In den Aufgaben zum grundlegendem Niveau werden aber im Durchschnitt mehr Items mit Realitätsbezug gestellt (50 %) als in der Gruppe zum erhöhtem Niveau (30 %). Entsprechend werden in den Aufgaben mit Computeralgebrasystem (CAS)-Einsatz im Durchschnitt mehr Items mit Realitätsbezug gestellt (50 %) als in der Gruppe ohne CAS-Einsatz (30 %). In dieser Auswertung werden die Beispielaufgaben auf die Kriterien Realitätsbezug, Authentizität, Offenheit, Relevanz und Modellierungskompetenzen untersucht. Aufgrund der geringen Datenbasis können keine quantitativ validen Aussagen getroffen werden. Es lassen sich aber gewisse Trends erkennen. Betrachtet man die Aufgaben hinsichtlich der Vorgabe, dass die jeweiligen Items realistische Situationen enthalten, zeigt unsere Analyse, dass solche sowohl im erhöhten Niveau mit als auch im grundlegenden Niveau ohne Computeralgebrasystem-Verwendung mehr als die Hälfte der Items, die überhaupt Realitätsbezug aufweisen, diesem Kriterium genügen. Hinsichtlich einer realistischen Verwendung von Mathematik, was einen weiteren Aspekt von Authentizität darstellt, ist dieses Kriterium überhaupt nur in drei Items erfüllt worden. In einer Teilaufgabe sollte etwa im Sachzusammenhang einer parabelförmig modellierten Flugbahn erläutert werden, dass nur bestimmte Werte für einen Parameter möglich sind. Die Verwendung quadratischer Funktionen zur Modellierung von Flugbahnen kann durchaus als realistische Mathematikverwendung gesehen werden (Greefrath, Siller & Ludwig, 2017).

Offene Aufgaben wurden in den untersuchten Items nicht identifiziert. Auch hinsichtlich der Relevanz der Aufgaben kann im Rahmen der vorliegenden Prüfungsaufgaben kein Item identifiziert werden, das dieser Eigenschaft genügt. Die Analyse in Bezug auf die Modellierungsteilkompetenzen zeigt, dass die Items in der Regel eine der Teilkompetenzen des Modellierens (Vereinfachen, Mathematisieren, Interpretieren oder Validieren) adressieren. Die Teilaufgaben sind aber nicht so aufgebaut, dass in der Reihenfolge eines idealisierten Modellierungskreislaufs etwa die Teilkompetenzen Vereinfachen, Mathematisieren und Interpretieren hintereinander vorkommen. In den meisten Items steht das Mathematisieren im Fokus, gefolgt von Interpretationen die durchzuführen sind. Ein Vereinfachen bzw. Strukturieren oder das Validieren wird in den vorliegenden Prüfungsaufgaben nicht gefordert. In einem Item werden sowohl Mathematisieren als auch Interpretieren gefordert. In diesem soll auf der Basis eines durch eine Funktionsgleichung mit unbekanntem Parameter gegebenen Modells mit selbst aufgestellten Bedingungen ein Schnittpunkt bestimmt werden und dieser im Sachkontext interpretiert werden (Greefrath, Siller & Ludwig, 2017).

Die bisherige Praxis der Konzeption von Abiturprüfungsaufgaben in Bezug auf Modellierungsanteile ist ganz unterschiedlich. In vielen Bundesländern kommen nur Einkleidungen vor, in denen Rahmen kleine lokale Mathematisierungen oder Interpretationen erforderlich sind, während Hamburg am anderen Ende des Spektrums über viele Jahre hinweg sämtliche Abituraufgaben in Anwendungskontexte einbettet, teilweise mit umfangreichen Sachtexten, und viele Modellierungsanforderungen verlangt. Folgende Prinzipien für die in Abituraufgaben abzufragenden Modellierungsanforderungen, die jedoch nicht dem aktuellen Stand in allen Bundesländern entsprechen, erscheinen sinnvoll:

- Modellieren kann und muss auch in der Abiturprüfung gefordert werden, beschränkt auf die wesentlichen Teilkompetenzen: Verstehen einer Sachsituation, Vereinfachen/Strukturieren, Mathematisieren, Interpretieren, Validieren/Beurteilen.
- Im Abitur müssen auch innermathematische Kontexte vorkommen.
- Außermathematische Kontexte und zugehörige Fragestellungen müssen auch im Abitur stimmig und grundsätzlich glaubwürdig sein.
- Die außermathematischen Kontexte müssen grundsätzlich bekannt sein.
- Der Aufwand durch das Lesen des Aufgabentextes muss in einem angemessenen Verhältnis zum Aufwand beim Modellieren und beim mathematischen Arbeiten stehen.

Im Unterricht soll hingegen das volle Spektrum von Kompetenzen und Teilkompetenzen des Modellierens auf allen Anforderungsbereichen behandelt werden, auch umfassende Modellierungsprozesse. Entscheidend ist eine insgesamt breite und ausgewogene Berücksichtigung der verschiedenen Kompetenzen und Anforderungsbereiche in der Abiturprüfung (Kaiser & Leuders, 2016).

Digitale Mathematikwerkzeuge

In den Bildungsstandards (KMK, 2012) wird das Potenzial digitaler Werkzeuge sehr knapp jedoch überzeugend hervorgehoben. Besondere Schwerpunkte der Nutzung digitaler Mathematikwerkzeuge werden dort

- »beim Entdecken mathematischer Zusammenhänge ...;
 - durch Verständnisförderung für mathematische Zusammenhänge, nicht zuletzt mittels vielfältiger Darstellungsmöglichkeiten;
 - mit der Reduktion schematischer Abläufe und der Verarbeitung größerer Datenmengen;
 - durch die ... reflektierte Nutzung von Kontrollmöglichkeiten.« (KMK, 2012, S. 13)
- gesehen.

Mit diesen Punkten werden auch die in der internationalen Literatur genannten Vorteile des Rechneinsatzes, wie sie in übergreifenden Reviews dargestellt sind (Zbiek et al., 2007; Hoyles & Lagrange, 2010; Barzel, 2012), pointiert zusammengefasst. Im Hinblick auf das Entdecken mathematischer Zusammenhänge sind digitale Mathematikwerkzeuge bei Experimenten mit digitalen Werkzeugen von besonderer Bedeutung, um das konzeptuelle Wissen je nach Fragestellung gezielt zu fördern. Dabei können Experimente im Rahmen einer realen Modellierung oder eines innermathematischen Kontexts durchgeführt werden. Bei inner- wie außermathematischen Problemstellungen hilft der schnelle Wechsel der Darstellungen, wie Graphen, Tabellen oder Terme, die zudem interaktiv miteinander verknüpft sind – etwa im Zusammenhang mit Modellierungen, wie Bevölkerungsentwicklungen oder Verkehrssituationen (Weigand und Weth, 2002, S. 36 f).

Vor allem durch den Einsatz von Computeralgebrasystemen (CAS) lässt sich eine Reduktion schematischer Abläufe erreichen. Häufig auftretende Berechnungen können automatisiert durchgeführt werden und größere Datenmengen können beispielsweise in einer Tabellenkalkulation verarbeitet werden. Das Überprüfen und Kontrollieren von erhaltenen Lösungen ist eine weitere wichtige mathematische Tätigkeit. Digitale Mathematikwerkzeuge können diese Kontrollprozesse unterstützen, beispielsweise durch grafische Darstellungen bei numerischen Berechnungen, beim Gleichungslösen, bei Termumformungen oder bei der Arbeit mit diskreten und funktionalen Modellen.

Die unterschiedlichen Funktionen digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht kommen bei Modellierungsproblemen an unterschiedlichen Stellen im Modellbildungskreislauf zum Tragen. So sind Kontrollprozesse in der Regel im letzten Schritt des Modellbildungskreislaufs anzusiedeln. Die Berechnungen finden mit Hilfe des erstellten mathematischen Modells statt, das beispielsweise in der Analysis i. d. R. eine Funktion ist. Einige Möglichkeiten für den Einsatz digitaler Werkzeuge in einem Modellierungsprozess sind in folgendem Modellierungskreislauf dargestellt (s. Abb. 6). Es zeigt sich, dass digitale Werkzeuge an allen Stellen des Modellierungsprozesses sinnvoll verwendet werden können.

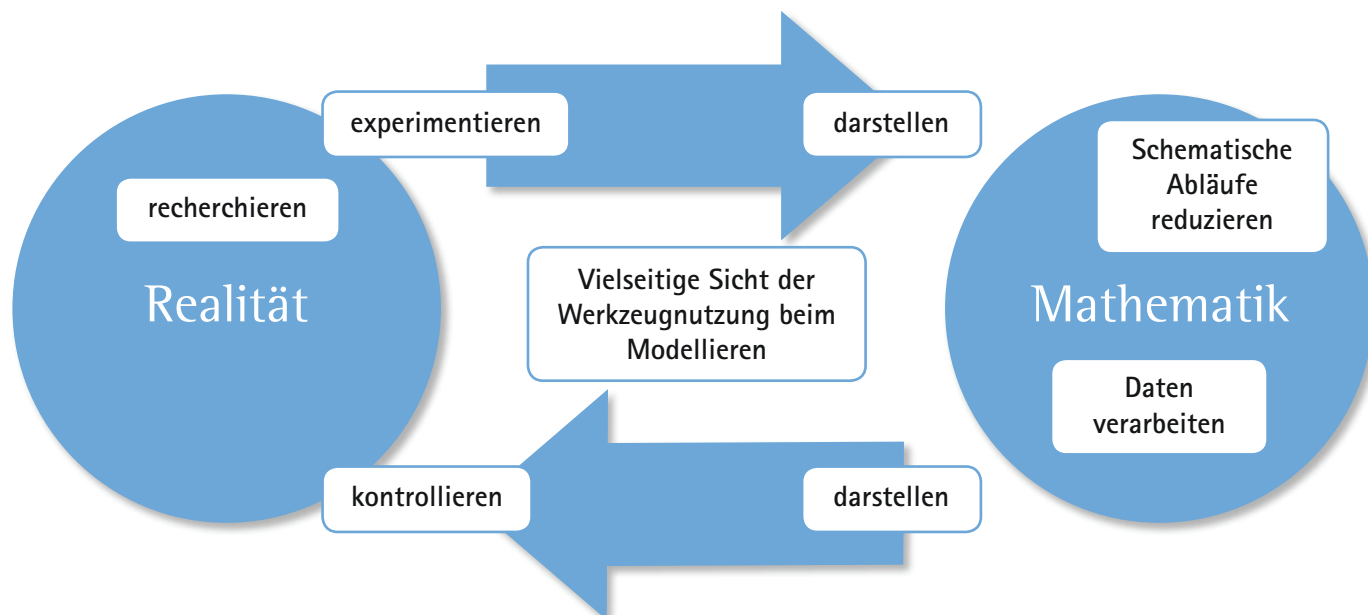


Abb. 6: Nutzung digitaler Werkzeuge beim Modellieren
(vgl. Greefrath, 2011; Blum & Leiss, 2005)

Aktuelle Abiturprüfungsaufgaben und Nutzung digitaler Mathematikwerkzeuge

Die mögliche Bedeutung digitaler Werkzeuge bei der Bearbeitung von Aufgaben in Prüfungen kann sehr unterschiedlich sein. Die erste Möglichkeit ist, dass die digitalen Werkzeuge bei der Bearbeitung keine Hilfe darstellen, weil die Aufgabe beispielsweise eine Begründung einfordert. Es ist weiterhin denkbar, dass die digitalen Werkzeuge zusätzliche Möglichkeiten eröffnen, aber für die Bearbeitung der Aufgaben nicht zwingend erforderlich sind. Die dritte Möglichkeit sind Aufgaben, die ohne digitale Werkzeuge für Schülerinnen und Schüler nicht lösbar sind. So können die digitalen Werkzeuge also neutral, optional oder erforderlich für die Lösung der Test- oder Prüfungsaufgabe sein. Außerdem können Aufgaben gestellt werden, bei denen der Einsatz digitaler Werkzeuge nicht vorgesehen ist. Diese Aufgaben können also als hilfsmittelfrei bezogen auf die digitalen Werkzeuge bezeichnet werden (Brown, 2003). Die Möglichkeiten für die Nutzung digitaler Werkzeuge im Unterricht sollten auch in der Prüfung angemessen berücksichtigt werden: »Einer durchgängigen Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge im Unterricht folgt dann auch deren Einsatz in der Prüfung« (KMK, 2012, S. 13). Angemessen erscheint ein Mix aus den oben genannten drei Prüfungsaufgabentypen: aus neutralem, optionalem und erforderlichem Werkzeuggebrauch sowie einem zusätzlichen Prüfungsteil ohne Hilfsmittel.

In Bezug auf die Verwendung von digitalen Mathematikwerkzeugen als Hilfsmittel sind im zentralen Aufgabenpool grundsätzlich zwei Teile vorgesehen. In einem Prüfungsteil A, der 45 Minuten dauert, gibt es Aufgaben, für deren Bearbeitung eine Verwendung von Hilfsmitteln nicht erlaubt ist. Zum Prüfungsteil B, für den aktuell eine Bearbeitungszeit von 225 Minuten im erhöhten Niveau und von 180 Minuten im grundlegenden Niveau vorgesehen ist, gehören Aufgaben, für deren Bearbeitung ein digitales Hilfsmittel vorgesehen ist. Als Aufgaben, die mit digitalen Hilfsmitteln bearbeitet werden können, sind zwei Varianten vorgesehen, die die Länder jeweils auswählen können. Eine Variante besteht aus Aufgaben, die mit einem einfachen wissenschaftlichen Taschenrechner bearbeitet werden können, und die andere Variante aus Aufgaben, die mit einem Computeralgebrasystem bearbeitet werden können. In Einzelfällen hat die Einordnung der Aufgaben in Prüfungsteil A oder B deutliche Auswirkungen auf die zu prüfenden Kompetenzen. Während bei einigen Aufgaben, bei denen die Hilfsmittelverwendung keine Vorteile bringt, die Zuordnung zu den Gruppen kaum Auswirkungen hat, kann bei anderen Aufgaben durch die Zuordnung ein bestimmter Lösungsweg besonders gefordert oder auch die Vielfalt der Lösungsmöglichkeiten deutlich vergrößert werden. Wenn einzelne Länder andere digitale Werkzeuge verwenden wollen, müssen die Aufgaben aus dem Pool entsprechend angepasst werden.

Das Ziel der Verwendung dieser digitalen Mathematikwerkzeuge ist in jedem Fall nicht die Überprüfung der Bedienkompetenz dieser Werkzeuge, sondern die Überprüfung der in den Bildungsstandards geforderten mathematischen Kompetenzen. Zu genaueren Ausgestaltung der Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge sind allerdings weitere Vorgaben durch die Bundesländer erforderlich, z. B. welche Geräte genau verwendet werden dürfen und über welche Funktionalitäten die Werkzeuge genau verfügen sollen.

Kritik an der Nutzung digitaler Mathematikwerkzeuge

Die Verwendung digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht und in Prüfungsaufgaben wird nicht uneingeschränkt positiv gesehen. Dabei richtet sich die Kritik nicht nur gegen Werkzeuge mit einem großen Funktionsumfang, wie etwa Handhelds mit Computeralgebrasystem, sondern auch bereits gegen wissenschaftliche Taschenrechner. So wird etwa angeführt, dass auch Letztere immer mehr Funktionen anbieten, wie etwa das Bearbeiten von Matrizen, und dadurch die erforderlichen mathematischen Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler immer weniger werden (Jahnke et al. 2014, S. 116). Aber auch Befürworter der Nutzung digitaler Mathematikwerkzeuge machen deutlich, dass viele Aufgaben, die ohne Werkzeugnutzung konzipiert sind, mit Werkzeugnutzung nicht reizvoll sind (Pallack, 2008, S. 56). In der Tat ist es erforderlich die Aufgabenkultur bei Nutzung mächtigerer digitaler Werkzeuge zu verändern. Dies muss nicht zwangsläufig in Richtung anwendungsbezogener Aufgaben geschehen, ist aber eine Möglichkeit sondern ebenso auch in Richtung verstehensorientierter Aufgaben. Beide Formen werden nicht nur positiv sondern auch durchaus kritisch eingeschätzt. So sehen etwa Jahnke et al. (2014, S. 120) durch Werkzeuge gleichzeitig eine Abwendung von Mathematik als Strukturwissenschaft und eine Hinwendung zu Anwendungen in Textaufgaben, die sie ablehnen.

Perspektiven für das Abitur 2030 – vergleichbar, anspruchsvoll und vielseitig

Die Beurteilung der Abiturprüfung hängt von der Perspektive der Betrachtung ab. Man kann die Abiturprüfung etwa aus Sicht der Schule, der Hochschule, der Gesellschaft und auch der Abiturientinnen und Abiturienten betrachten und jeweils zu unterschiedlichen Einschätzungen kommen. In der Schule interessiert der Erfolg von Unterricht in besonderem Maße – wird aber unterschiedlich wahrgenommen. Die einen messen erfolgreichen Unterricht an der Quantität der (sehr) guten Leistungen von Lernenden, andere wiederum an definierten Parametern, Bildungspolitiker ggf. an der Interpretation von Daten aus den kumulierten Ergebnissen der Überprüfung der Bildungsstandards. An der Universität ist es ein Ziel, Experten mit besonders hohem Niveau zu generieren. Hier wird der Erfolg mit völlig anderen Maßstäben gemessen, wenngleich inzwischen auch unterschiedliche quantitative Instrumente zur Messung bereitstehen. Einfache Maßzahlen genügen i. d. R. im gesellschaftlichen Diskurs; hier wird oftmals eine hohe Akademikerquote gefordert, da in unserer zunehmend technisierten und digitalisierten Gesellschaft eine notwendige kritische Reflexion stattfinden muss. Daran schließt sich auch die Einschätzung, dass Abiturientinnen und Abiturienten möglichst gute eigene Chancen für das Studium oder den Arbeitsmarkt erhalten möchten (Siller et al., 2017). Bei einer Diskussion zur Qualität des Abiturs sollte stets die jeweilige Perspektive beachtet werden.

Stärken und Unterstützen der Lehrkräfte

Für 2030 ist zu wünschen, dass Lehrkräfte in zweierlei Hinsicht noch stärker als aktuell unterstützt und in ihrer professionellen Expertise gestärkt werden. So geht es um langfristige berufsbegleitende Fortbildungs- und Beratungsangebote, um die Reflektion über den eigenen Unterricht und die eigene berufliche Entwicklung systemisch zu verankern. Hierzu sollten die länderübergreifenden Angebote und Kooperationsmöglichkeiten genutzt werden (z. B. die Angebote des DZLM zur Qualifizierung von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren). Auch wenn die Zentralisierung ein wichtiger und sinnvoller Schritt zur länderübergreifenden Kooperation, Standardsetzung und Vergleichbarkeit ist, sollte es einen Teil der Prüfung geben, den die einzelne Lehrkraft selbst gestaltet. Damit sollen individuelle Schwerpunktsetzungen im Rahmen der Bildungsstandards ermöglicht und die Lehrkraft so in ihrer professionellen Gestaltungskraft und Selbstständigkeit wieder gefordert werden. Natürlich ist es dabei wichtig, Transparenz über Kriterien von Aufgaben, wie sie oben beschrieben wurden, zu vermitteln, was aber gerade auch für die jeweilige Unterrichtsentwicklung ein fruchtbares Feld ist.

Modellieren im Abitur 2030?

Auf der Basis der vorangegangenen Überlegungen stellt sich die Frage, ob und in welcher Form Modellierungsaufgaben im Abitur 2030 in Deutschland vorkommen sollten. Für eine vergleichbare Abiturprüfung sind hier insbesondere gleiche Rahmenbedingungen bezüglich des Anteils und der Qualität an Modellierungsaufgaben zu schaffen. Es bleibt festzustellen, dass Modellieren auf der Basis der Winterschen Grunderfahrungen und der Bildungsstandards zur Vermittlung von Mathematik als Anwendung ein zentraler Teil – nicht der einzige Teil – der Abiturprüfung sein sollte. Um

das überzeugend zu vermitteln sind authentischere Kontexte und glaubwürdige Verwendung von Mathematik auch in Prüfungsaufgaben erforderlich. Darüber hinaus sollten Modellierungsaufgaben für die Lernenden relevant sein und mehrere Lösungswege ermöglichen (»Offenheit«). Dabei sollten alle Teilkompetenzen des Modellierens in Abiturprüfungsaufgaben berücksichtigt werden, um vielseitige und anspruchsvolle Modellierungsaufgaben auch in Prüfungen zu gewährleisten.

Digitale Werkzeuge im Abitur 2030?

Die Vision für das Abitur 2030 beinhaltet den Einsatz digitaler Werkzeuge. Dabei stellen die Ziele der gleichzeitigen Vergleichbarkeit und Vielseitigkeit der Geräte eine große Herausforderung dar. Natürlich ist Vergleichbarkeit am einfachsten durch die Festlegung auf einen Gerätetyp erreichbar, aber auch die Entscheidung für bestimmte Genres, wie Tabellenkalkulation, Geometriesoftware, Computeralgebra und Statistiktools erlaubt sicher auch zukünftig noch eine ausreichende Vergleichbarkeit ohne die Einschränkung auf ein Programm oder einen Gerätetyp. Vor allem bietet diese Palette auch die erforderliche Vielseitigkeit mit Blick auf die mathematischen Inhalte. Von Vorteil ist dabei ebenfalls, dass diese Variation auf unterschiedlichen Geräten und damit bei unterschiedlicher medialer Ausstattung der einzelnen Schulen realisiert werden kann. Für den Lernprozess wäre es wünschenswert und ist auch zu erwarten, dass die digitalen Werkzeuge 2030 noch stärker im Verbund mit digitalen Kommunikations- und Präsentationssystemen genutzt werden können. Dies hat vor allem Einfluss auf den Lernprozess im Unterricht und weniger auf die schriftlichen Prüfungen. Wichtig ist in jedem Fall, dass – wie in den Bildungsstandards gefordert – digitale Mathematikwerkzeuge nicht primär dem Erwerb von Werkzeugkompetenzen, sondern dem Erwerb mathematischer Kompetenzen dienen und dass »einer durchgängigen Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge im Unterricht ... dann auch deren Einsatz in der Prüfung« folgt (KMK, 2012, S. 13).

Struktur und Formate von Prüfungen im Abitur 2030?

Will man die angestrebten Kompetenzen, wie sie in den Bildungsstandards dargelegt sind, in der ganzen Breite abprüfen, reicht das Format der schriftlichen Prüfung nicht. Gerade das Kommunizieren und Argumentieren implizieren sprachliche Anteile – und dies nicht nur als Schriftsprache. Hier sind Formate denkbar, bei denen das kooperative Ringen um Lösungen im Team gefordert wird. Modelle sind Projektprüfungen im Team von 2–3 Abiturientinnen und Abiturienten, in denen komplexe Probleme in und mit Mathematik gemeinschaftlich zu lösen sind und digitale Medien jeglicher Art zur Verfügung stehen. Dabei werden nicht nur mathematische Kompetenzen unter Beweis gestellt, sondern auch wichtige Soft Skills wie Teamfähigkeit und Sozialkompetenz. Insgesamt ist ein Mix aus verschiedenen Formaten sinnvoll:

- ein schriftlicher, zentraler Prüfungsteil ohne digitale Werkzeuge zum Überprüfen, inwieweit mathematische Basiskompetenzen verstanden werden und verfügbar sind
- ein schriftlicher, zentraler Prüfungsteil mit digitalen Werkzeugen zum Überprüfen, inwieweit komplexe Aufgaben gelöst werden können
- eine von der Lehrkraft gestellte Projektprüfung zu zweit oder zu dritt, bei der sämtliche digitale Medien verfügbar sind. Ziel ist dabei das Überprüfen, inwieweit ein offenes, möglichst authentisches Problem in Kooperation mit anderen in einer längeren Zeitspanne (z. B. zwei Stunden) bearbeitet, gelöst und das Ergebnis in einer Prüfungssituation präsentiert werden kann, so dass das Kommunizieren und Argumentieren im Rahmen mathematischer Inhalte gezeigt werden kann. Mit einem solchen Prüfungsteil wird auch der Weg geebnet, sämtliche digitale Medien im Rahmen einer Prüfung und damit auch im Unterricht zu nutzen. Dieser Weg wird etwa in Dänemark beschritten. Hier lohnt sich der Blick über den Tellerrand und der Erfahrungsaustausch mit Nachbarn.

Fazit

Mathematik Abitur 2030: Die Bildungsstandards bieten eine gute Grundlage, mathematische Kompetenzen in der ganzen Breite auch mit Blick auf Modellierungen und Digitalisierung zu realisieren.

Vergleichbar: In einer gut vergleichbaren, bundesweit zentralen Prüfungsaufgabe sollten umfassende mathematische Kompetenzen geprüft werden.

Anspruchsvoll: Zentrale Abituraufgaben sollten einhergehen mit größtmöglicher Transparenz zur Aufgabenanalyse, so dass Lehrkräfte daraus auch Erkenntnisse ziehen können für unterrichtliche Prozesse, um Schülerinnen und Schüler kognitiv zu aktivieren. Darüber hinaus sollten Lehrkräfte gestärkt werden, indem sie auch selbstständig anspruchsvolle Prüfungsaufgaben in neuen Formaten entwickeln, auch um ihre Expertise zeigen und ausbauen zu können.

Vielseitig: Ein Mix aus verschiedenen Prüfungsformaten, angepasst an die jeweils zu überprüfen- den Kompetenzen, sollte reichhaltige Gelegenheiten geben, Wissen und Können zu zeigen.

Der begonnene Weg der Kooperationen, sowohl länderübergreifend als auch zwischen Wissen- schaft, Administration und Schulpraxis, sollte weitergegangen und intensiviert werden, um ge- meinsam an einem vergleichbaren, anspruchsvollen und gleichzeitig vielseitigen Abitur der Zukunft zu arbeiten.

Literatur

Bandelt, H.-J., & Weidl, T. (2015). Der falsche Schein des Modellierens. Diskussionsbeitrag. Mittei- lungen der DMV (pp. 4–5), Vol. 23.

Barzel, Bärbel (2012): Computeralgebra – Mehrwert beim Lernen von Mathematik – aber wann?. Münster: Waxmann Verlag

Barzel, B.; Hußmann, St.; Leuders, T. (2005): Der »Funktionenführerschein« – Wie Schülerinnen und Schüler das »Denken in Funktionen« wiederholen und festigen können. In: Praxis der Mathematik, H. 2, S. 20–25.

Baumert, J., Lehmann, R. (1997): TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich – Deskriptive Befunde. Wiesbaden: Springer VS

Baumert, J, Artelt, C., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W. Tillmann, K.-J., Weiß, M. (Hrsg.) (2001). PISA 2000 – Die Länder der Bundesrepublik Deutschland im Vergleich. Opladen: Leske + Budrich.

Blum, W. (Hrsg.) (1993). Anwendungen und Modellbildung im Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker.

Blum, W., & Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der »Tanken«-Aufgabe. mathematik leh- ren (128), S. 18–21.

Bourbaki, N. (1989). Elements of Mathematics. Algebra – Chapters 1–3. Berlin Heidelberg: Springer.

Brown, R. (2003): Comparing system wide approaches to the introduction of Computer Algebra Systems into examinations, CAME 2003 – The Third CAME Symposium Learning in a CAS Envi- ronment: Mind-Machine Interaction, Curriculum & Assessment was held at IUFM, Reims, France, June 23–24

Bruner, J. S. (1966). Toward a theory of instruction. Cambridge, Mass.: Belkapp Press.

Greefrath, G. (2011). Using technologies: New possibilities of teaching and learning modelling – Overview. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, G. Stillman (Eds.), Trends in teaching and learning of mathematical modelling, ICTMA 14 (pp. 301–304), Dordrecht: Springer.

Greefrath, G., Siller, H.-St., Ludwig, M. (2017). Modelling Problems in German Grammar School Leaving Examinations (Abitur) – Theory and Practice. available at: https://keynote.conference-services.net/resources/444/5118/pdf/CERME10_0165.pdf.

Heintz, G., Drüke-Noe, C., Greefrath, G. (2015). Abituraufgaben im Sinne der Bildungsstandards, in: W. Blum, S. Vogel, C. Drüke-Noe & A. Roppelt (Hrsg.). Bildungsstandards aktuell: Mathematik in der Sekundarstufe II (S. 171–180), Braunschweig: Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers.

Henn, H. W., Müller, J. H. (2013). Von der Welt zum Modell und zurück. In: R. Borromeo Ferri, G. Greefrath & G. Kaiser (Eds.). Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule – theoretische und didaktische Hintergründe (p. 202–220). Wiesbaden: Springer Spektrum.

- Hoyles, C., Lagrange, J.-B. (Eds.) 2010). Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain. The 17th ICMI Study. New York Dordrecht Heidelberg London: Springer.
- Hunsader, P., Zorin, D., Thompson, D. (2015). Enhancing Teachers' Assessment of Mathematical Processes Through Test Analysis in University Courses. *Mathematics Teacher Educator*. (p.71-88). Vol. 4, No. 1.
- Jahnke, T., Klein, H.-P., Kühnel, W., Sonar, T., Spindler, M. (2014). Die Hamburger Abituraufgaben im Fach Mathematik. Entwicklung von 2005 bis 2013. *Mitt. d. DMV*, 115-121.
- Janvier, C. (1978). The interpretation of complex cartesian graphs representing situations: Studies and teaching experiments (Dissertation, Nottingham University, Nottingham, Vereinigtes Königreich).
- Kaiser, G., Leuders, T. (2016). Arbeitskreis: Empirische Bildungsforschung. Bericht von der Frühjahrstagung in Hannover, 29.-30.4.2016, *GDM-Mitteilungen* 101, 45-49.
- Klein, F. (1907). Vorträge über den mathematischen Unterricht an den höheren Schulen. Teil 1. Leipzig: Teubner.
- KMK. (2004). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Bildungsabschluss. München: Wolters Kluver.
- KMK. (2012). Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife. Köln: Wolters Kluver.
- Kühnel, W. (2015). Modellierungskompetenz und Problemlösekompetenz im Hamburger Zentralabitur zur Mathematik. *Math. Semesterber.* (pp. 69-82), Issue 1, Vol. 62.
- Lipowsky, F. (2009). Unterricht. In E. Wild & J. Möller (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie* (S. 73-102). Berlin: Springer.
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish KOM project. In Gagatsis, A. & Papastavridis, S. (Eds.), 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education (S. 115-124). Athens, Greece: Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society.
- Pallack, A. (2008). Abitur: solving by clicking? Verständnis- und prozessorientierte Aufgaben in Klausuren. *Mathematik lehren* 146, 54-58.
- Prediger, S., Barzel, B., Leuders, T., Hußmann, St. (2011). Systematisieren und Sichern – Nachhaltiges Lernen durch aktives Ordnen. *Mathematik Lehren* 164. S. 2-9
- Rost, J. (2004). Psychometrische Modelle zur Überprüfung von Bildungsstandards anhand von Kompetenzmodellen. *Zeitschrift für Pädagogik* (pp. 662-678). Vol. 50, Issue 5.
- Siller, H.-S., Greefrath, G., Linnemann, T., Bruder, R., Sattlberger, E., Blum, W. (2017): Schriftliche Abiturprüfung in Mathematik – Perspektiven für die Diskussion. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017*.
- Siller, H.-St., Bruder, R., Hascher, T., Linnemann, T., Steinfeld, J., & Sattlberger, E. (2016). Kompetenzstufenmodell zu Reifeprüfungsaufgaben und deren Eignung für einen kompetenzorientierten Mathematikunterricht. In S. Keller & C. Reintjes (Eds.). *Aufgaben als Schlüssel zur Kompetenz* (pp. 371 -387). Münster: Waxmann.
- Swan, M. (Hrsg.). (1985). The language of functions and graphs: An examination module for secondary schools. Nottingham: Shell Centre for Mathematical Education.

- Thompson, D., Hunsader, P., Zorin, B. (2013). Assessments Accompanying Published Curriculum Materials: Issues for Curriculum Designers, Researchers, and Classroom Teachers. In: Margolinas, C. (Ed.). (2013). Task Design in Mathematics Education. Proceedings of ICMI Study 22 (Vol. 1). (pp. 403-410). Oxford. UK
- Toepell, M. (2003). Rückbezüge des Mathematikunterrichts und der Mathematikdidaktik in der BRD auf historische Vorausentwicklungen. ZDM, 35 (4), S. 177-181.
- vom Hofe, R. (1995). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte. Heidelberg: Spektrum.
- Weigand, H.-G., & Weth, T. (2002). Computer im Mathematikunterricht. Neue Wege zu alten Zielen. Heidelberg: Spektrum.
- Winter, H. (2003). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In H.-W. Henn, & K. Maaß (Hrsg.), Materialien für einen Realitätsbezogenen Mathematikunterricht, Band 8 (S. 6-15). Hildesheim: Franzbecker.
- Zbiek, R. M., Heid, M. K., Blume, G. W. & Dick, T. P. (2007). Research on technology in mathematics education: A perspective of constructs. In F. K. Lester (Hrsg.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (p. 1169-1207). Charlotte: Information Age.

Helmut Heugl

Ein Blick nach Österreich – die standardisierte kompetenz- orientierte Reifeprüfung

Zuerst möchte ich kurz erklären, wie sich mein Blick auf die Situation in Österreich entwickelt hat: Unsere Studien zum Thema »Technologie im Mathematikunterricht« führten uns zu Beginn der neunziger Jahre zur Frage: »Welche unverzichtbaren Grundkompetenzen erwarten wir als Ertrag des Mathematikunterrichts, wenn wir so mächtige Werkzeuge wie etwa CAS einsetzen?«

Der nächste Arbeitsschwerpunkt war die Entwicklung der Bildungsstandards für die Sekundarstufe I gemeinsam mit Werner Peschek von der Universität Klagenfurt. Wieder war das Ziel Grundkompetenzen zu formulieren und zu testen. Besonders gerne erinnere ich mich an die Treffen der »DACHL«-Gruppe, bei denen Expertinnen und Experten aus Deutschland, Österreich, der Schweiz und Luxemburg ihre Erfahrungen über die Entwicklung von Standards austauschten.

2008 wurde ich eingeladen, im Leitungsteam des Projektes »Standardisierte schriftliche Reifeprüfung Mathematik« an der Universität Klagenfurt mitzuarbeiten. Beteiligt waren unter anderem Roland Fischer, Werner Peschek und Stefan Siller. Wir hatten vom Bildungsministerium den Auftrag, Konzepte (die Betonung liegt auf der Mehrzahl) zu entwickeln und die Konzepte auch zu erproben. Danach würde das Ministerium ein Konzept für die österreichische Reifeprüfung auf der Basis unserer Expertise entwickeln. Nach etwa einem Jahr wurde uns mitgeteilt, man hätte sich schon für ein Konzept entschieden, eine weitere Entwicklungsarbeit wäre daher nicht nötig. Wir mögen die Reifeprüfung basierend auf diesem ministeriellen Konzept entwickeln.

Von 2009 bis 2012 waren wir mit der Vorbereitung, Durchführung, Begleitung und Evaluation eines Schulversuchs »Standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik an AHS« beschäftigt, Ziel war die schriftliche Reifeprüfung in Mathematik anhand zentral gestellter Aufgaben zu erproben. 2012 bin ich dann aus dem Leitungsteam ausgeschieden, auch deshalb, weil ich mich mit dem Projektergebnis nicht identifizieren konnte.

Verbunden mit dem Projekt »Reifeprüfung« war ich aber auch weiterhin, insbesondere durch die Entwicklung von Begleitmaterialien für den Unterricht und der Arbeit an Konzepten und Materialien zur Technologienutzung.

Als Vorbereitung auf diesen Vortrag habe ich Vertreter des Ministeriums und der Schulaufsicht, sowie eine Direktorin, eine Administratorin und einige Lehrerinnen und Lehrer interviewt, die an der Durchführung und Evaluation in den letzten beiden Jahren beteiligt waren.

Folgende Themen möchte ich in diesem Vortrag ansprechen:

- Die dem Konzept zugrunde liegende bildungstheoretische Orientierung
- Das Konzept der Reifeprüfung
- Analyse einiger Aufgaben
- Das Beurteilungssystem und einige Ergebnisse
- Der Einfluss der Psychometrie
- Die Bedeutung der Technologie
- Der Einfluss auf den Mathematikunterricht

Autor

Dr. Helmut Heugl
Wien
hheugl@aonet.at

1. Die dem Konzept zugrunde liegende bildungstheoretische Orientierung

1.1. Analyse der Situation

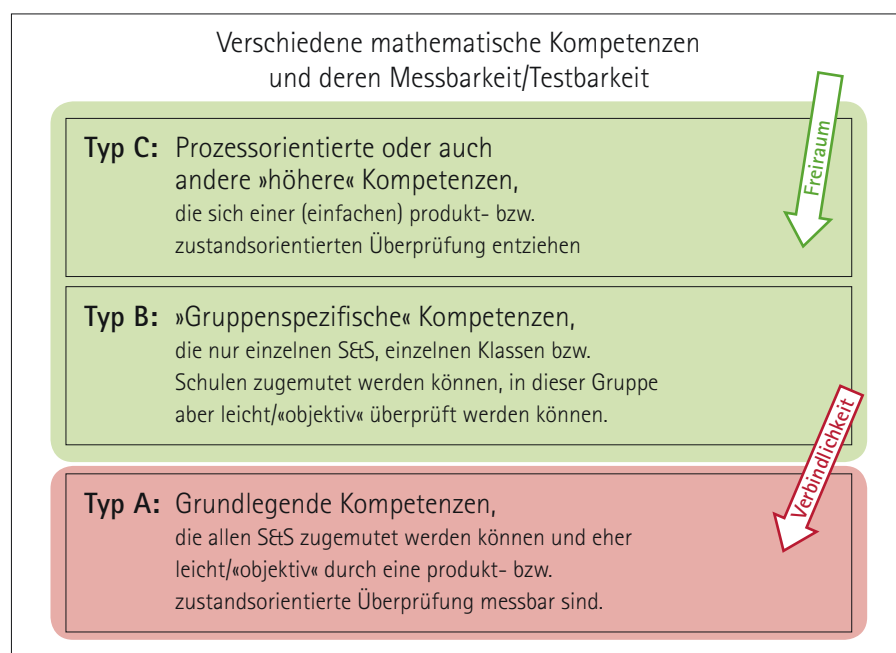
Zuerst wurde die aktuelle Situation analysiert. Wir haben viel Zeit für eine Grundsatzdiskussion verwendet, ein Thema war das Spannungsfeld »Verbindlichkeit und Freiraum«:

Quelle: Das Projekt »Standardisierte schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik«; Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Klagenfurt 2009; <http://www.uni-klu.ac.at/idm/inhalt/519.htm>

»Der legitimen Forderung nach Gemeinsamkeit, Verbindlichkeit und Einheitlichkeit steht die ebenso legitime Forderung nach (äußerer und innerer) Differenzierung bis hin zur Individualisierung sowie nach Autonomie gegenüber.«

Zentrale Prüfungen sind der Versuch, Gemeinsamkeiten verbindlich für alle festzulegen. Dies erscheint vernünftig und legitim, wenn damit zugleich auch die Freiräume klar definiert werden.

Die von den Lernenden zu erwerbenden Kompetenzen haben wir entsprechend ihrer Überprüfbarkeit folgendermaßen geordnet:



Verbindlich sollten die Grundkompetenzen (Typ A) eingefordert und zentral überprüft werden. Das Studium von deutschen Abituraufgaben zeigt, dass dort Kompetenzen verbindlich im Zentralabitur verlangt werden, die deutlich über die in Österreich definierten Grundkompetenzen hinausgehen.

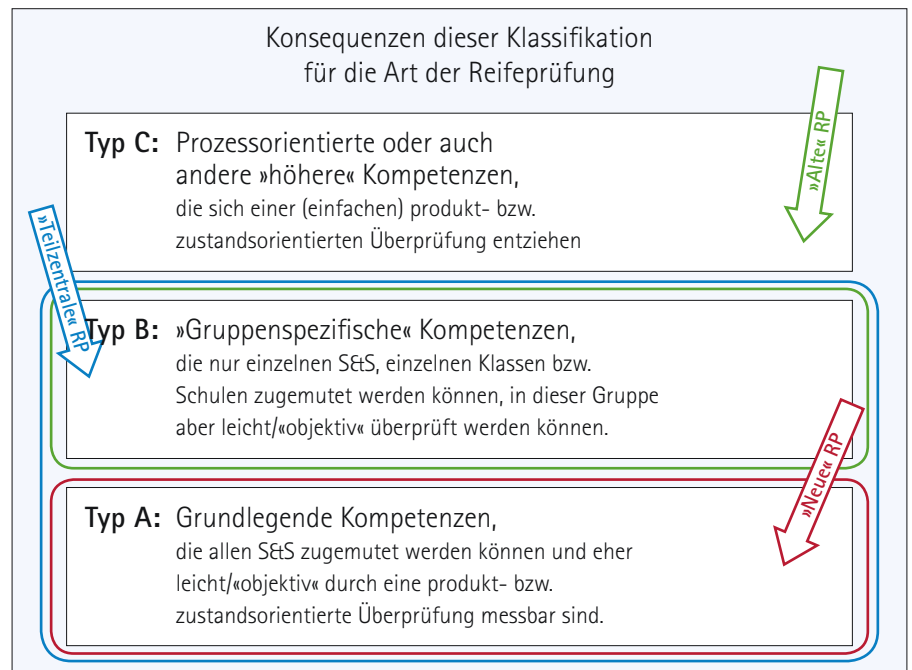
Die Bedeutung der Grundkompetenzen beschreibt Werner Peschek wie folgt:

Ein Mathematikunterricht, der sich der Sicherung von wohl begründeten Grundkompetenzen entzieht, ist bildungstheoretisch wie gesellschaftlich inakzeptabel und weitgehend obsolet.

Ein Mathematikunterricht, der sich auf die Vermittlung von Grundkompetenzen beschränkt (sofern dies überhaupt möglich ist), ist armselig und ebenso inakzeptabel.

Wir haben in der Vergangenheit das Bewusstmachen der Grundkompetenzen sicher vernachlässigt, aber wir müssen verhindern, dass sich der Unterricht in der Zukunft auf den Erwerb von Grundkompetenzen reduziert.

Dieser Kompetenzklassifikation entsprechen dann verschiedene Formen der Reifeprüfung:

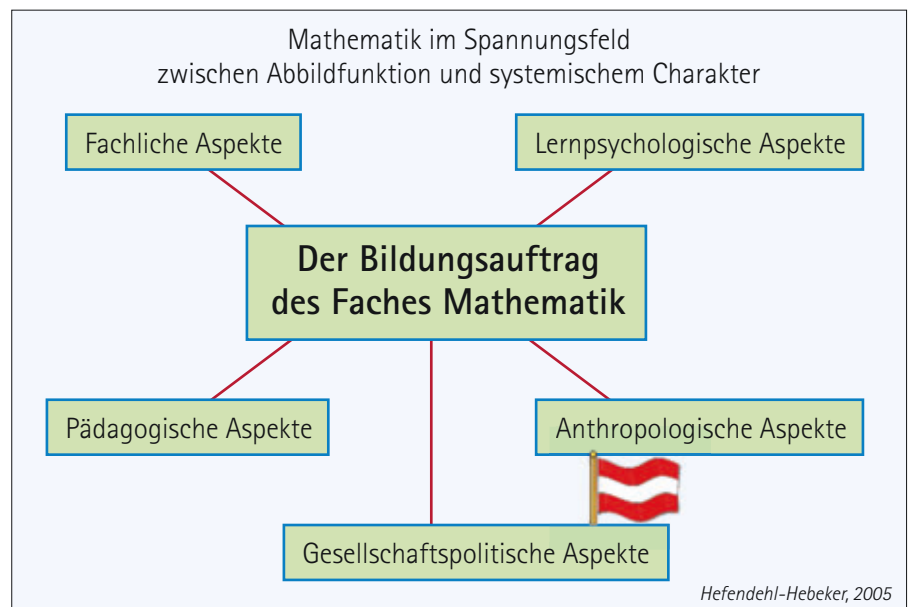


In der »alten« Form der österreichischen Reifeprüfung wurden Kompetenzen des »Typs B« geprüft. In der neuen Form sollen Grundkompetenzen überprüft werden also »Typ A Kompetenzen«.

Mein Favorit wäre die »Teilzentrale Reifeprüfung«, das heißt im Teil 1 sollten Grundkompetenzen zentral geprüft werden, im Teil 2 die gruppenspezifischen Kompetenzen vom Lehrer/von der Lehrerin.

1.2. Die bildungstheoretische Orientierung

Diskutiert man den Bildungsauftrag des Faches Mathematik, sollte man verschiedene Aspekte berücksichtigen:



Meist dominiert in der Diskussion der fachliche Aspekt: Wir haben so viele schöne und spannende Dinge in unserem Bauchladen der Mathematik und die wollen wir der Gesellschaft anbieten. Durch die Diskussion in der Klagenfurter Gruppe habe ich auch gelernt, die gesellschaftliche Brille aufzusetzen, also zu fragen: Was erwartet, was braucht die Gesellschaft? Nicht mittragen konnte ich, dass letztendlich der gesellschaftliche Aspekt gegenüber dem fachlichen Aspekt zu stark dominiert hat.

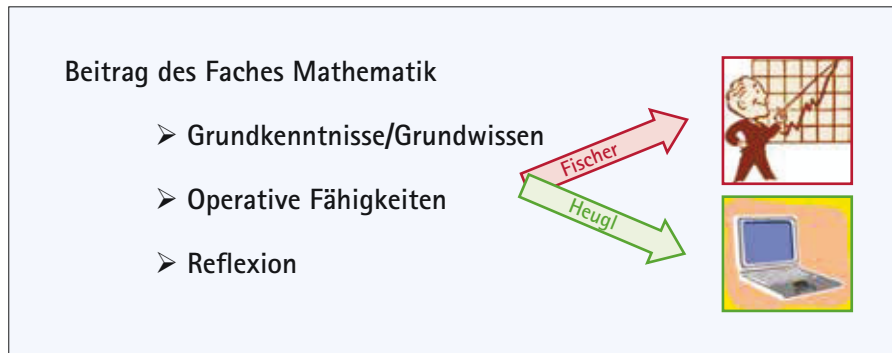
Das Bildungskonzept von Roland Fischer

Quelle: Fischer, R. (2001): Höhere Allgemeinbildung.
In: Fischer-Buck, A. u. a. (Hrsg.): Situation – Ursprung der
Bildung. Franz-Fischer-Jahrbuch der Philosophie und
Pädagogik 6. Universitätsverlag, Leipzig, S. 151-161.

Ziel der höheren Allgemeinbildung ist die Befähigung zur Kommunikation mit Expert(inn)en und mit der Allgemeinheit.

Mir ist diese Interpretation des Bildungsauftrages zu wenig. Wir müssen in der Schule junge Menschen auch auf ihre Tätigkeit als Experten vorbereiten, das ist mehr als nur kommunizieren zu können.

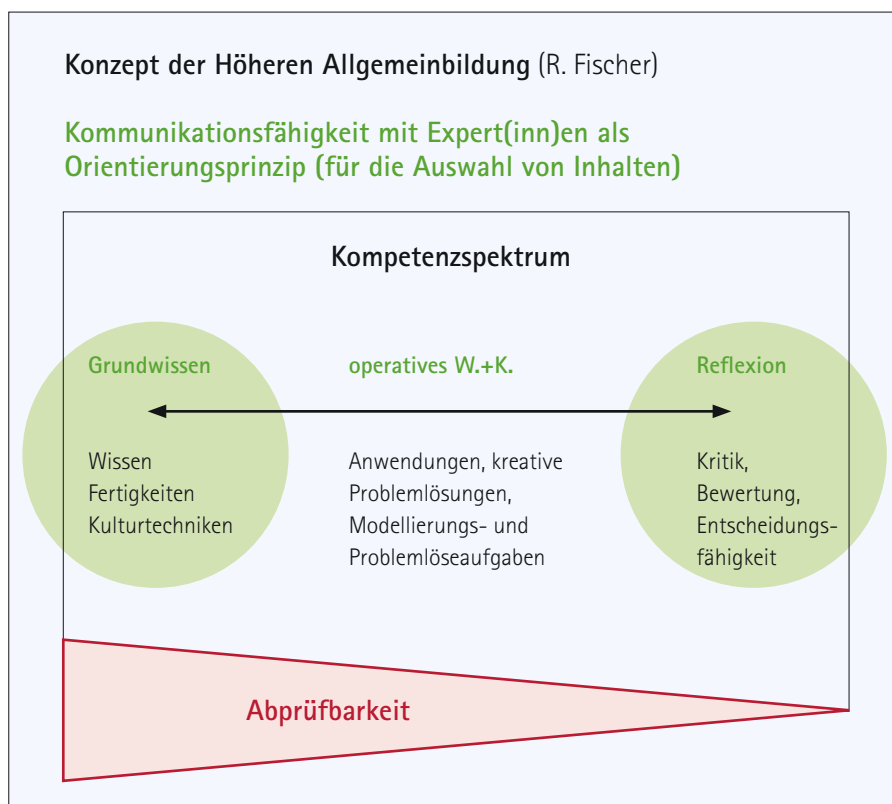
Für Fischer ergibt sich daraus folgender Beitrag des Faches Mathematik zur Allgemeinbildung:



Operative Fähigkeiten könnten laut Fischer auf Experten ausgelagert werden.

Meine Gegenposition:

Wegen der Vorbereitung auf die Expertentätigkeit gehören grundlegende operative Fertigkeiten zu den notwendigen Grundkompetenzen, komplexe Operationen können aber auf technologische Werkzeuge ausgelagert werden.



Im Kompetenzspektrum sind für Fischer vor allem Grundwissen und Reflexion als Beitrag von Mathematik wichtig. Da die Abprüfbarkeit von links nach rechts abnimmt, ist für die Reifeprüfung der Bereich der Grundkompetenzen zentral.

Meine Gegenposition:

Der in der Mitte des Kompetenzspektrums sozusagen »kleingedruckte« Bereich – **Anwendungen, kreative Problemlösungen, Modellierungs- und Problemlöseaufgaben** – ist für mich der zentrale Bildungsauftrag des Faches, Grundwissen ist die Basis für mathematisches Handeln, aber nicht der Endzweck.

Ein Blick zu anderen Bildungskonzepten:

Es gibt einige Konzepte, die meiner Vorstellung vom Bildungsauftrag des Faches Mathematik mehr entsprechen als die derzeitige Bildungsorientierung der Reifeprüfung. Ein gutes Beispiel dafür sind die »*Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife*« in Deutschland [KMK, 2012]:

Die bildungstheoretische Grundlage des Mathematikunterrichts wird in Form von **drei Grunderfahrungen** formuliert:

- GE1: Mathematik als Werkzeug, um Erscheinungen der Welt aus Natur, Gesellschaft, Kultur, Beruf und Arbeit in einer spezifischen Weise wahrzunehmen und zu verstehen,
- GE2: Mathematik als geistige Schöpfung und auch deduktiv geordnete Welt eigener Art,
- GE3: Mathematik als Mittel zum Erwerb von auch über die Mathematik hinausgehenden, insbesondere heuristischen Fähigkeiten.

Auch dem vom Leiter des RISC Institutes an der Universität Linz, Bruno Buchberger, beschriebene Bild der Mathematik stimme ich voll zu:

- Mathematik ist die über Jahrhunderte entwickelte Technik des Problemlösens durch Schließen.
- Mathematical thinking technology is the essence of science and the essence of a technology based society

Dass die für das mathematische Handeln erforderliche Denktechnologie der wichtigste Ertrag des Mathematikunterrichts ist, sollte auch bei der Entwicklung von Prüfungsaufgaben berücksichtigt werden. Die Relevanz der Denktechnologie kann genauso ein Gütekriterium für Aufgaben sein wie etwa die Wirklichkeitsrelevanz bei Anwendungsaufgaben.

Eine gute Beschreibung der Rolle der Mathematik findet man auch im Reifeprüfungskonzept [IDM Klagenfurt, 2009]:

- Mathematik als möglicher Modus der Weltbegegnung, eine spezifische Brille, die Welt um uns herum zu sehen bzw. zu modellieren.
- Charakteristisch dabei sind die benutzte Sprache, die spezifischen Darstellungsformen, vor allem aber die über diese Art der Weltbegegnung hinaus bedeutsame Denktechnologie.

Leider findet diese Beschreibung in den derzeitigen Items keine Entsprechung.

2. Das Konzept der neuen Reifeprüfung, Analyse von Aufgaben und einige Ergebnisse

Das wesentliche Ziel einer zentralen sRP aus Mathematik ist die Sicherung mathematischer Grundkompetenzen für alle österreichischen Maturant(inn)en.

Diese Prüfung wird auch als »standardisiert« bezeichnet. Das heißt:

»Um Vergleichbarkeit und Fairness für alle Schüler/innen sicherzustellen, folgt die Aufgabenentwicklung höchsten fachwissenschaftlichen und testtheoretischen Ansprüchen. Im Rahmen der schriftlichen Reifeprüfung werden **ausschließlich Aufgaben eingesetzt, deren Eignung hinsichtlich Testformat, Schwierigkeitsgrad etc. sowohl von Expertinnen und Experten als auch durch sogenannte Feldtestungen mehrfach bestätigt wurde**. Damit wird garantiert, dass die Prüfungen angemessen und über die Jahre hinweg von Termin zu Termin vergleichbar sind.«

Daraus kann man schon die wichtige Rolle der Psychometrie bei der Konzeption und Evaluation der Reifeprüfung ableiten.

2.1. Aufbau der schriftlichen Prüfung

Die Prüfung besteht aus zwei getrennten Teilen:

Teil 1:

24 Typ-1-Aufgaben je Klausurtermin

Typ-1-Aufgaben bilden Grundkompetenzen in den Inhaltsbereichen

- Algebra und Geometrie,
- Funktionale Abhängigkeiten,
- Analysis sowie
- Wahrscheinlichkeit und Statistik ab

- Reine Arbeitszeit: 120 Minuten
- 24 voneinander unabhängige Grundkompetenzaufgaben
- Jede Aufgabe 0 oder 1 Punkt
- Formelsammlung erlaubt
- Momentan: gewohnte elektronische Hilfsmittel
- Ab 2018: Technologie verpflichtend

In Österreich wurden keine Bildungsstandards für die Sekundarstufe II gesetzlich verankert, die Arbeitsgruppe »Neue Reifeprüfung« hat eine eigene Grundkompetenzliste entwickelt [IDM Klagenfurt, 2009]. Für die Lehrerinnen und Lehrer ist sicher verwirrend, dass jetzt im Rahmen des neuen Lehrplans für die modulare Oberstufe eine weitere Grundkompetenzliste entwickelt wurde, weil die »Reifeprüfungsliste« nicht alle Bereiche abdeckt, die für den Aufbau des mathematischen Gebäudes unverzichtbar sind.

Folgende **Aufgabenformate** werden für die 0/1-wertigen Typ 1 Aufgaben verwendet:

1. Offenes Antwortformat

2. Halboffenes Antwortformat

3. Lückentext

4. Multiple-Choice-Aufgabenformat: »2 aus 5«, »1 aus 6« oder »x aus 6«

5. Zuordnungsformat

6. Konstruktionsformat

Einige Aufgabenbeispiele aus den letzten Prüfungen, verbunden mit Ergebnissen und Kommentaren von prüfenden Lehrerinnen und Lehrern [BIFIE, 2016]:

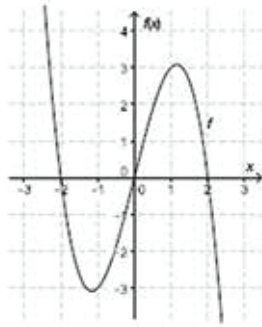
Format 1: Offenes Antwortformat

Aufgabe 3/T1/2016	Sekundarstufe 1
<p>Treibstoffkosten</p> <p>Der durchschnittliche Treibstoffverbrauch eines PKW beträgt y Liter pro 100 km Fahrtstrecke. Die Kosten für den Treibstoff betragen a Euro pro Liter.</p> <p>Aufgabenstellung:</p> <p>Geben Sie einen Term an, der die durchschnittlichen Treibstoffkosten K (in Euro) für eine Fahrtstrecke von x km beschreibt!</p> <p>$K =$ _____</p>	

Der Vorwurf, dass auch Aufgaben mit Stoffgebieten aus der Sekundarstufe I in der Matura vorkommen, ist dann nicht gerechtfertigt, wenn wichtige langfristige Kompetenzen überprüft werden. Bei dieser Aufgabe handelt es sich um die wichtige Kompetenz, verbale Informationen in die Sprache der Mathematik zu übersetzen.

Lösungshäufigkeit siehe nächste Seite.

Format 3: Lückentext

Aufgabe 16/T1/2015	<p>Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion</p> <p>In der folgenden Abbildung ist der Graph einer Polynomfunktion f dargestellt:</p>															
<div style="background-color: red; color: white; padding: 10px; display: inline-block; transform: rotate(-90deg); transform-origin: center;">Formatproblem</div>																
	<p>Aufgabenstellung:</p> <p>Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweiligen richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!</p>															
	<p>Die erste Ableitung der Funktion f ist ① und daraus folgt: ②</p>															
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">①</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>im Intervall $[-1; 1]$ negativ</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>im Intervall $[-1; 1]$ gleich null</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>im Intervall $[-1; 1]$ positiv</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">②</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>f hat im Intervall $[-1; 1]$ eine Nullstelle</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>f ist im Intervall $[-1; 1]$ streng monoton steigend</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>f ist im Intervall $[-1; 1]$ eine Wendestelle</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	①		im Intervall $[-1; 1]$ negativ	<input type="checkbox"/>	im Intervall $[-1; 1]$ gleich null	<input type="checkbox"/>	im Intervall $[-1; 1]$ positiv	<input type="checkbox"/>	②		f hat im Intervall $[-1; 1]$ eine Nullstelle	<input type="checkbox"/>	f ist im Intervall $[-1; 1]$ streng monoton steigend	<input type="checkbox"/>	f ist im Intervall $[-1; 1]$ eine Wendestelle
①																
im Intervall $[-1; 1]$ negativ	<input type="checkbox"/>															
im Intervall $[-1; 1]$ gleich null	<input type="checkbox"/>															
im Intervall $[-1; 1]$ positiv	<input type="checkbox"/>															
②																
f hat im Intervall $[-1; 1]$ eine Nullstelle	<input type="checkbox"/>															
f ist im Intervall $[-1; 1]$ streng monoton steigend	<input type="checkbox"/>															
f ist im Intervall $[-1; 1]$ eine Wendestelle	<input type="checkbox"/>															

Die Lehrerinnen und Lehrer gaben an, dass die Schülerinnen und Schüler beim Lückentext mehr Probleme mit dem Format hatten als mit der geprüften mathematischen Kompetenz.

Aufgabe 1/T1/2016

Menge von Zahlen

Die Menge $M = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2 < x < 5\}$ ist eine Teilmenge der rationalen Zahlen.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

4,99 ist die größte Zahl, die zur Menge M gehört.	<input type="checkbox"/>
Es gibt unendlich viele Zahlen in der Menge M , die kleiner als 2,1 sind.	<input type="checkbox"/>
Jede reelle Zahl, die größer als 2 und kleiner als 5 ist, ist in der Menge M enthalten.	<input type="checkbox"/>
Alle Elemente der Menge M können in der Form $\frac{a}{b}$ geschrieben werden, wobei a und b ganze Zahlen sind.	<input type="checkbox"/>
Die Menge M enthält keine Zahlen aus der Menge der komplexen Zahlen.	<input type="checkbox"/>

Bei dieser Aufgabe war die letzte Zeile für die Kandidaten eine große Hürde. Man formuliert ja solche Distraktoren nicht vollkommen sinnlos, sondern nahe an der Wahrheit. Und das führt vor allem für schwächere Schülerinnen und Schüler zu Fallen.

Lösungshäufigkeit siehe nächste Seite.

Format 5: Zuordnungsformat

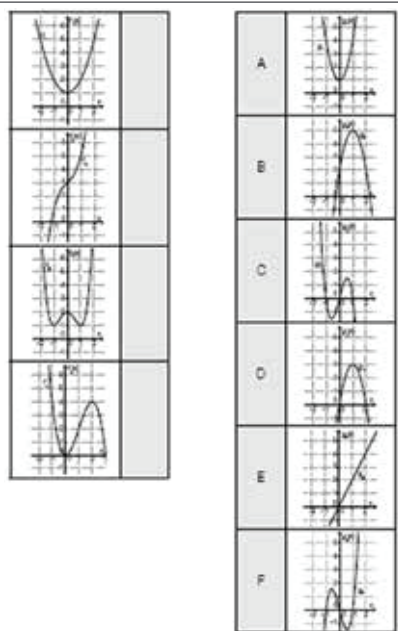
Aufgabe 15/T1/2016

Funktionen und Ableitungsfunktionen

Links sind die Graphen von vier Polynomfunktionen (f_1, f_2, f_3, f_4) abgebildet, rechts die Graphen sechs weiterer Funktionen ($g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6$).

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den Polynomfunktionen f_1 bis f_4 ihre jeweilige Ableitungsfunktion g_1 bis g_6 (aus A bis F) zu.



Mit diesem Format kommen die Kandidaten besser zurecht. Ein Vorteil ist auch, dass man bei der folgenden Aufgabe ohne Zeichenaufwand viele Informationen über die Beziehung von Graphen bekommt, in dieser Aufgabe die Beziehung zwischen den Graphen der Funktion und ihrer Ableitungsfunktion.

Aufgabe 19/T1/2016

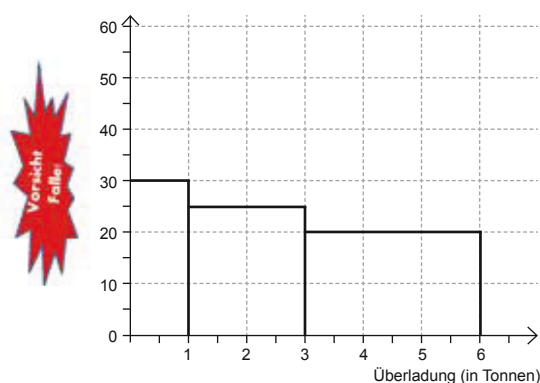
Beladung von LKW

Bei einer Verkehrskontrolle wurde die Beladung von LKW überprüft. 140 der überprüften LKW waren überladen. Details der Kontrolle sind in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst.

Überladung \bar{U} in Tonnen	$\bar{U} < 1t$	$1t \leq \bar{U} < 3t$	$3t \leq \bar{U} < 6t$
Anzahl der LKW	30	50	60

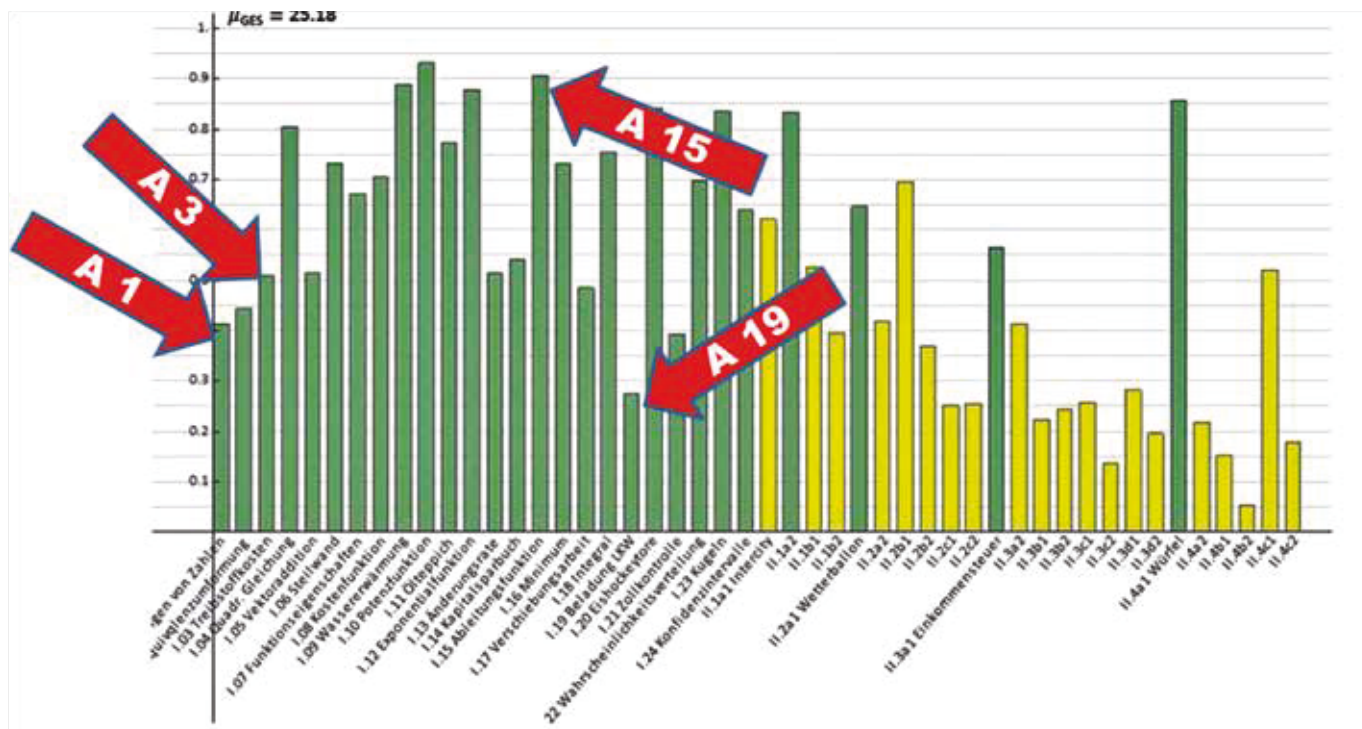
Aufgabenstellung:

Stellen Sie die Daten der obigen Tabelle durch ein Histogramm dar! Dabei sollen die absoluten Häufigkeiten als Flächeninhalt von Rechtecken abgebildet werden.

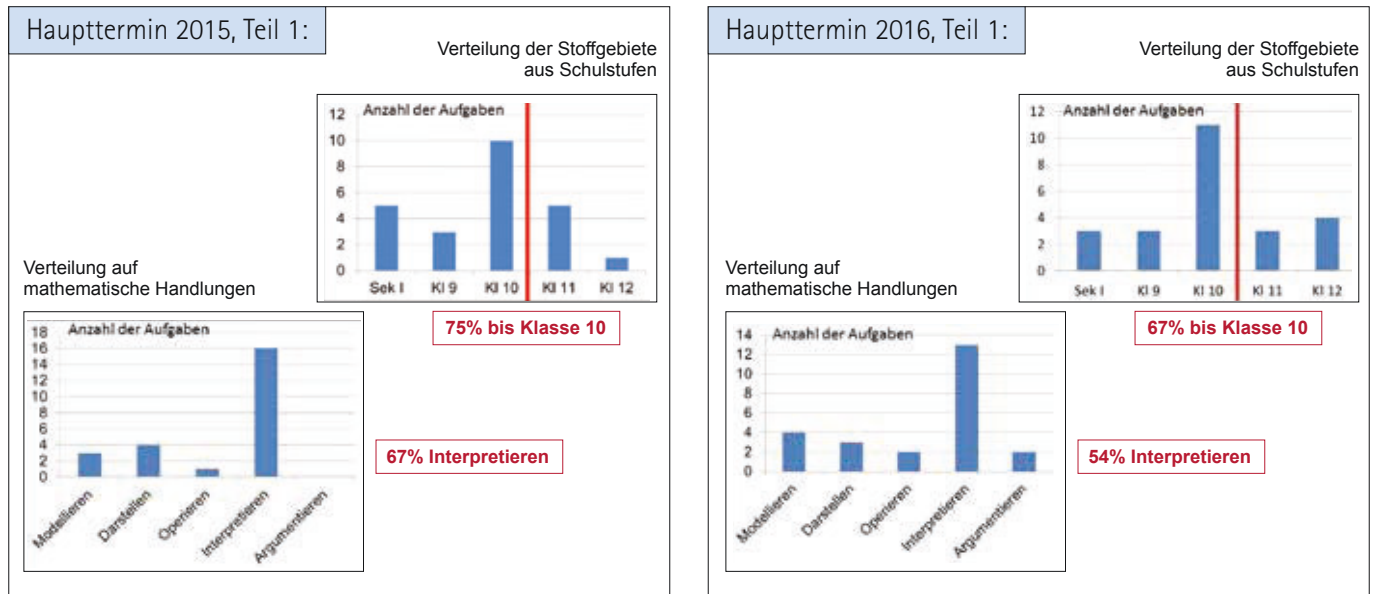


Die Schwierigkeit bei dieser Aufgabe war nicht das Format, sondern die Abbildung der absoluten Häufigkeiten als Flächeninhalte von Rechtecken. Hier müsste im Unterricht durch entsprechende Übungen mehr Augenmerk auf die Unterscheidung von Säulendiagrammen und Histogrammen gelegt werden.

Ergebnisse beim Haupttermin 2016:



Weitere Untersuchungen zu den Hauptterminen 2015 und 2016:



Die Verteilung der Stoffgebiete auf die Schulstufen:

2015: Kritisiert wurde, dass 75% der Aufgaben Stoffgebiete aus der Sekundarstufe I und den Schulstufen 9 und 10, überprüfen.

Ein Artikel in der GDM-Zeitschrift vom Februar 2016:

Schöne neue Mathewelt der österreichischen Zentralmatura 2015:

... Dies lässt nur den Schluss zu, dass auf diese Weise beabsichtigt ist, beim Fach Mathematik auf das Niveau des in Deutschland sogenannten »mittleren Schulabschlusses« nach 10 Jahren abzusinken, den es in Österreich in dieser Form allerdings nicht gibt ...

Wolfgang Kühnel und Hans-Jürgen Bandelt: GDM 100 Februar 2016; S. 30-34

Sicher nicht richtig ist die Behauptung, diese Einseitigkeit und damit verbundene Niveausenkung wäre beabsichtigt gewesen, aber sie sollte behoben werden.

2016: Man beobachtet eine leichte Besserung, 67% der Stoffgebiete sind aus Sekundarstufe I bis Schulstufe 10.

Die Verteilung auf die mathematischen Handlungen:

Die Häufigkeit der im Kompetenzmodell charakterisierten mathematischen Handlungen – Modellieren und Darstellen, Operieren, Interpretieren und Argumentieren – soll untersucht werden.

2015: Es dominiert sehr stark das Interpretieren, die übrigen Handlungselemente sind schwach vertreten, Argumentieren tritt nicht auf. Eine mögliche Deutung ist einerseits der Einfluss des Fischer'schen Bildungskonzeptes (Auslagern des Operierens auf die Experten) und andererseits der Einfluss der Testpsychologie. Ein Psychometer behauptete, Aufgaben zum Argumentieren in das Multiple Choice Format umwandeln und Äquivalenz beweisen zu können. Ich antwortete: »Nein das können sie nicht, ich möchte messen ob ein Kandidat eigene Worte findet, sie verschieben die Handlung des Argumentierens zur Handlung des Interpretierens, es müssen die von ihnen formulierten Beziehungen interpretiert werden.

2016: Es kommt zu einer leichten Verschiebung: Nur mehr 54% der Fragen würde man dem Interpretieren zuordnen, Argumentieren tritt auch auf und Operieren einmal öfter.

Eine ausgewogenere Aufteilung auf die verschiedenen Handlungen wäre nur dann möglich, wenn man von den starren Aufgabenformaten und der 0/1 Beurteilung wegkommen würde. Mathematisches Handeln lässt sich nicht in lauter 0/1-wertige Teilschritte »atomisieren«.

Teil 2:

Vier bis sechs Typ-2-Aufgabe je Klausurtermin

Typ-2-Aufgaben sind Aufgaben zur Anwendung und Vernetzung von Grundkompetenzen in definierten Kontexten und Anwendungsbereichen

Typ-2-Aufgaben sind Kombinationen verschiedener inhaltlich zusammenhängender Teilaufgaben zu bestimmten Themen
Teilaufgaben unabhängig voneinander lösbar

- Reine Arbeitszeit: 150 Minuten
- 4 bis 5 Aufgaben mit je 2 bis 4 Teilaufgabe, wobei alle Teilaufgabeneinander unabhängig voneinander bearbeitbar sind
- Jede Teilaufgabe 0, 1 oder 2 Punkt, gesamt 24 Punkte davon 2 Ausgleichspunkte für Teil 1
- Formelsammlung erlaubt
- Momentan: gewohnte elektronische Hilfsmittel
Ab 2018: Technologie (CAS) verpflichtend

Die rot eingerahmte Beschreibung klingt sehr gut – »Aufgaben zur Anwendung und Vernetzung von Grundkompetenzen«. Man könnte vermuten, dass auch Modellierungs- oder Problemlöseaufgaben gemeint sind. Das verhindern aber die engen Formatvorgaben: Die Aufgaben müssen aus lauter 0/1-wertigen Teilfragen bestehen, die voneinander unabhängig sind.

Modellierungs- und Problemlöseaufgaben lassen sich aber nicht in 0/1-wertige Teile zerlegen. Und so ist auch der Teil 2 eine Kombination verschiedener inhaltlich zusammenhängender Grundkompetenzaufgaben, die unabhängig voneinander lösbar sein müssen.

Wichtig für die Schülerinnen und Schüler sind die mit einem A gekennzeichneten Aufgabenteile (A steht für »Ausgleichspunkt«). Diese Beurteilungspunkte können zu den Punkten des Teiles 1 dazu gezählt werden, um eine positive Note zu erhalten.

Ab der folgenden Seite zeige ich einige Aufgabenbeispiele aus den letzten Prüfungen, verbunden mit Ergebnissen und Kommentaren von prüfenden Lehrerinnen und Lehrern:

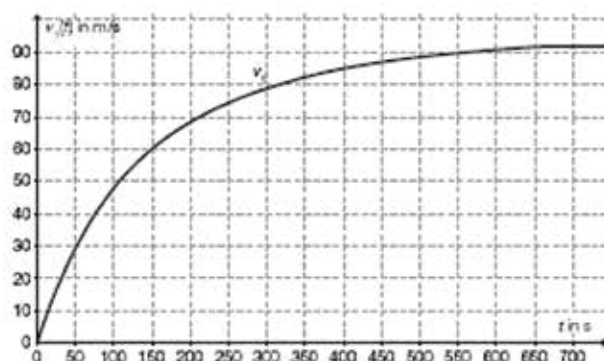
Haupttermin 2016: Aufgabe 1/T2/2016: »Intercity-Express (ICE)«

Intercity-Express (ICE)

Als ICE werden verschiedene Baureihen von Hochgeschwindigkeitszügen der Deutschen Bahn bezeichnet. Mit einer Höchstgeschwindigkeit von bis zu 330 km/h (rund 91,7 m/s) handelt es sich dabei um die schnellsten Züge Deutschlands. Sie sind ca. 200 Meter lang und ca. 400 Tonnen schwer und bestehen aus jeweils acht Wagen. Im Rahmen von Zulassungsfahrten müssen Beschleunigungs- und Brems tests absolviert werden. Ergebnisse dieser Tests können grafisch dargestellt werden.

Aufgabenstellung:

- a) Die Daten eines Beschleunigungstests vom Stillstand bis zur Höchstgeschwindigkeit (die Geschwindigkeit $v_x(t)$ ist in Metern pro Sekunde und die Zeit t in Sekunden angegeben) sind im nachstehenden Zeit-Geschwindigkeit-Diagramm näherungsweise dargestellt.



Bestimmen Sie die mittlere Änderungsrate der Geschwindigkeit im Zeitintervall $[0 \text{ s}; 700 \text{ s}]$ und geben Sie einen Zeitpunkt an, zu dem die momentane Änderungsrate der Geschwindigkeit größer ist als die ermittelte mittlere Änderungsrate!

A Interpretieren Sie das bestimmte Integral $\int_0^{700} v_1(t) dt$ im gegebenen Kontext!

- b) Bei einem Bremsstest werden Daten aufgezeichnet. Diesen Daten kann man für den zurückgelegten Weg $s(t)$ entnehmen: $s(t) = 70 \cdot t - 0,25 \cdot t^2$ mit t in Sekunden und $s(t)$ in Metern ab Bremsbeginn.

Geben Sie die Zeit-Geschwindigkeit-Funktion v_2 für den Bremsstest in Form von $v_2(t) = k \cdot t + d$ an und deuten Sie die auftretenden Parameter k und d im gegebenen Kontext!

Bestimmen Sie die Länge derjenigen Strecke, die der ICE vom Bremsbeginn bis zum Stillstand zurücklegt!

Der erste, rot eingerahmte Teil ist eine interessante Information mit Daten über den ICE. Nur, sie werden für die Lösung nicht gebraucht. Auch der Graph wird außer für das Ablesen der mittleren Änderungsrate nicht gebraucht.

In der Aufgabe 1) a) muss ein Integral nur kontextgemäß interpretiert werden. In Aufgabe 1) b) ist eine quadratische Zeit/Weg-Funktion gegeben. Gefragt ist die Geschwindigkeit als 1. Ableitung und der Weg bis zum Stillstand.

Haupttermin 2016: Aufgabe 3/T2/2016: »Einkommensteuer«

Einkommensteuer

Erwerbstätige Personen müssen einen Teil ihrer Einkünfte in Form von Einkommensteuer an den Staat abführen. Im Steuermodell für das Kalenderjahr 2015 unterscheidet man vier Steuerklassen mit den sogenannten Steuersätzen: 0 %, 36,5 %, 43,2 % und 50 %.

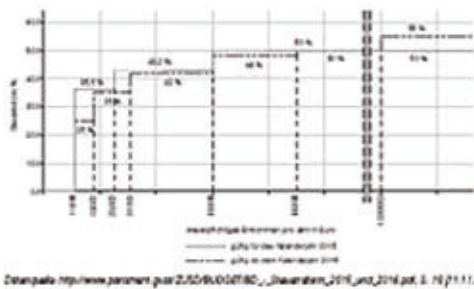
Modellhaft wir angenommen:

Jahresnettoeinkommen = steuerpflichtiges Jahreseinkommen - Einkommensteuer

Die Berechnung der Einkommensteuer bezieht sich auf das steuerpflichtige Jahreseinkommen und unterliegt für das Kalenderjahr 2015 den folgenden Regeln:

- Einkommen bzw. Einkommensteile bis € 11.000 sind steuerfrei
- Einkommensteile über € 11.000 bis € 25.000 werden mit 36,5 % besteuert. Das heißt: Liegt das Einkommen über € 11.000, sind die ersten verdienten € 11.000 steuerfrei, die darüber hinausgehenden Einkommensteile bis € 25.000 werden mit 36,5 % besteuert.
- Einkommensteile über € 25.000 bis € 60.000 werden mit 43,2 % (genau: $43 \frac{2}{14} \%$) besteuert.
- Einkommensteile über € 60.000 werden mit 50 % besteuert.

Am 7. Juli 2015 wurde vom Nationalrat das Steuerreformgesetz 2015/2016 beschlossen. Das ab 1. Januar 2016 gültige Steuermodell ist ein Modell mit sieben Steuersätzen. Das 2015 gültige Modell (mit vier Steuerklassen) und das ab 2016 gültige Modell (mit sieben Steuerklassen) sind in der nachstehenden Grafik dargestellt.



Aufgabenstellung:

- a) **A** Berechnen Sie mithilfe der 2015 geltenden Steuersätze das Jahresnettoeinkommen einer Person, deren steuerpflichtiges Jahreseinkommen € 20.000 beträgt!

Geben Sie (für das Jahr 2015) eine Formel für das Jahresnettoeinkommen N einer Person an, deren steuerpflichtiges Jahreseinkommen E zwischen € 11.000 und € 25.000 liegt!

- b) Der sogenannte *Durchschnittssteuersatz* ist wie folgt definiert:

$$\text{Durchschnittssteuersatz} = \frac{\text{gezahlte Einkommensteuer}}{\text{steuerpflichtiges Jahreseinkommen}}$$

Jemand bezog im Jahr 2015 ein steuerpflichtiges Jahreseinkommen von € 40.000. Berechnen Sie für diese Person für das Jahr 2015 den Durchschnittssteuersatz!

Interpretieren Sie unter Verwendung der gegebenen Grafik, was für diese Person mit dem Term $7000 \cdot 0,115 + 7000 \cdot 0,015 + 6000 \cdot 0,082 + 9000 \cdot 0,012$ berechnet wird!

- c) Jemand behauptet:

- »Bei einem steuerpflichtigen Jahreseinkommen von € 100.000 tritt trotz der Gesetzesänderung keine Veränderung hinsichtlich der abzuführenden Einkommensteuer ein.«
- »Der Steuersatz für steuerpflichtige Jahreseinkommen von über € 11.000 bis € 18.000 ändert sich um 11,5 Prozent.«

Sind diese Behauptungen richtig? Formulieren Sie jeweils eine mathematisch begründete Antwort!

- d) Das Bundesministerium für Finanzen gibt auf seiner Website die Berechnung der Einkommensteuer 2015 (Est) für die Einkommensklasse über € 25.000 bis € 60.000 steuerpflichtiger Jahreseinkommen mit folgender Formel an:

$$\text{Est} = \frac{(\text{steuerpflichtiges Jahreseinkommen} - 25.000) \cdot 15.125}{35.000} + 5.110$$

Deuten Sie den Faktor $\frac{15.125}{35.000}$ und den Summanden 5.110 im Hinblick auf die Berechnung der Einkommensteuer!

Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der Einkommensteuer (Est_{neu}) für ein steuerpflichtiges Jahreseinkommen von über € 31.000 bis € 60.000 für das ab 2016 gültige Steuermodell auf!

$$\text{Est}_{\text{neu}} = \underline{\hspace{10em}}$$

Verlangt wird eine hohe Lesekompetenz, die Aufgabe ist fast zwei Seiten lang. Man benötigt zuerst die rot eingerahmten Informationen über zwei österreichische Steuermodelle – das bis 2015 gültige und das nach der Steuerreform 2016 in Kraft getretene. Erst dann kann man die gestellten Fragen verstehen und versuchen, sie zu beantworten.

Lösungserwartung Aufgabe 3, Teil 2 2016

Teil (a)

$$20\,000 - 9\,000 \cdot 0,365 = 16\,715 \text{ €} > 16.715$$

$$N = E - (E - 11\,000) \cdot 0,365$$

1 A
1

Teil (b)

$$\frac{14\,000 \cdot 0,365 + 15\,000 \cdot 0,432}{40\,000} \approx 0,29 > 29\%$$

1

Mit dem Term wird die Steuerersparnis (in Euro) dieser Person durch das neue Steuermodell (im Vergleich zum 2015 gültigen Modell) berechnet.

1

Teil (c)

Beide Behauptungen sind falsch.

Die Einkommensanteile unter € 90.000 sind geringer.

1

Änderungen um 11,5 *Prozentpunkte*, das sind $\frac{11,5}{36,5} \approx 31,5$ *Prozent*.

1

Teil (c)

$$\frac{15\,125}{35\,000} \approx 0,432$$

1

5 110 ist die Einkommensteuer für die ersten € 25.000

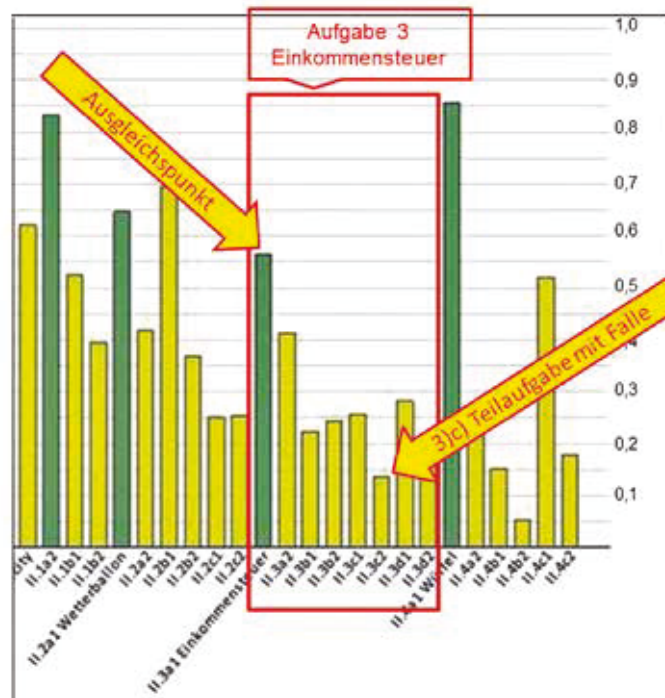
1

Die für die Prüfer vorgegebene Lösungserwartung zeigt die geprüften mathematischen **Kompetenzen**: Rechnen mit Dezimalzahlen und Prozentrechnung – also Anforderungen aus der Sekundarstufe I.

Man sieht auch die Zerlegung in lauter 0/1-wertige, unabhängige Teilfragen.

Vom Kontext her ist das sicher eine interessante Aufgabe. Man müsste aber bei einer Prüfung am Ende der Sekundarstufe II auch Kompetenzen dieser Sekundarstufe überprüfen und nicht nur Prozentrechnen.

RP 2016 Teil 2 Item-Ergebnisse

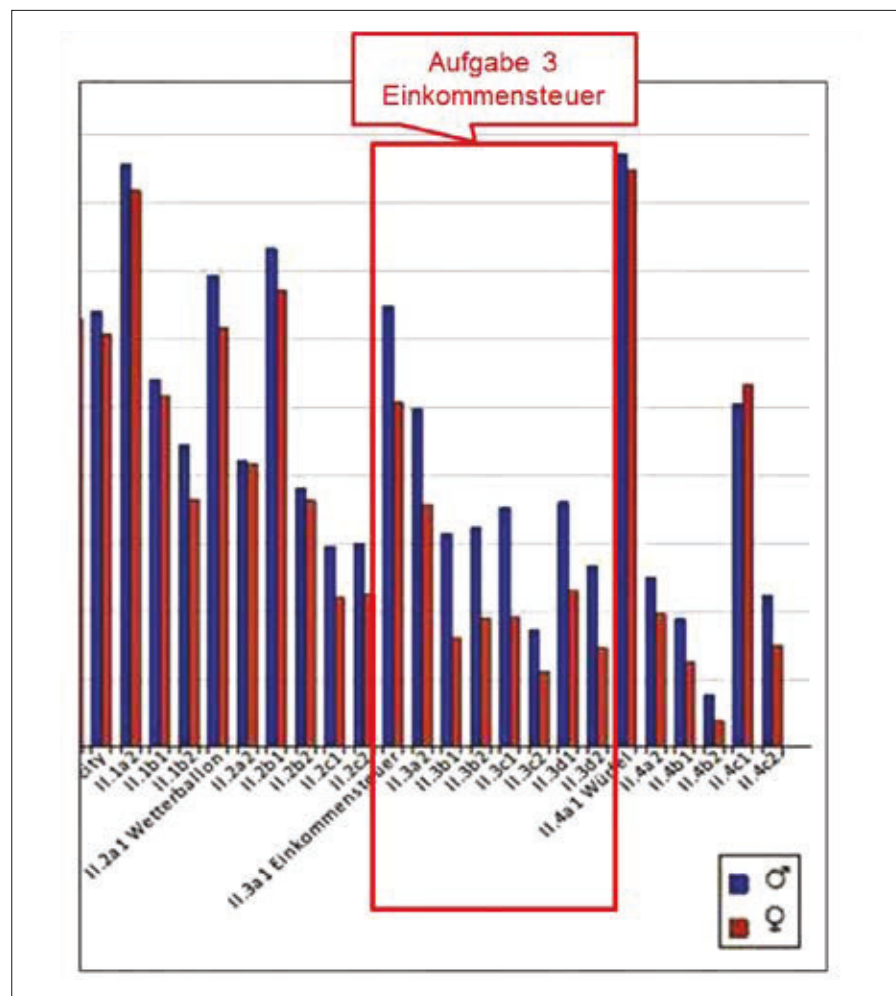


Am besten fallen die Teilfragen aus, für die es »Ausgleichspunkte« gibt, die zum Pool des Teiles 1 gezählt werden dürfen.

Das schlechteste Ergebnis erzielt die Aufgabe 3)c). Schuld daran war eine Falle: Das Ergebnis konnte nur dann verstanden werden, wenn man Prozentpunkte und Prozente der Prozentpunkte auseinander halten konnte.

Interessant ist auch das genderspezifische Ergebnis:

Bei keiner Aufgabe ist der Unterschied zwischen Burschen und Mädchen so groß wie beim Kontext »Einkommensteuer« (siehe nächste Seite). Da gibt es im Unterricht Handlungsbedarf. Finanzmathematische Fragen wie Steuerprobleme müssen mehr auch für Mädchen in interessanten Kontexten thematisiert werden.



Genderspezifische Ergebnisse des Teiles 2

Überraschungseier

Ein italienischer Süßwarenhersteller erzeugt das Produkt *Kinder Überraschung* (auch als »Überraschungsei« bekannt). Das Ei soll aus 20 g Schokolade bestehen. Im Inneren des Eies befindet sich in einer gelben Kapsel ein Spielzeug. Diese Kapsel hat näherungsweise die Form eines Drehzylinders, auf dessen Grund- und Deckfläche Halbkugeln aufgesetzt werden. Das Volumen der Kapsel beträgt ungefähr 36 cm^3 und deren Oberfläche 55 cm^2 .



Bildquelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Überraschungsei.jpg> (01.06.2015) (Urheber: A. Kniessel, Lizenz: CC BY-SA 3.0)

Aufgabenstellung:

- a) Bei der Qualitätskontrolle gelten Schokoladeneier, deren Masse um mehr als 0,5 g vom Sollwert 20 g abweichen, als Ausschuss. Bei einer Kontrolle wurden nach dem Zufallsprinzip 500 Schokoladeneier einer Produktionsserie ausgewählt und überprüft. Dabei wurden 15 als Ausschuss aussortiert.

Geben Sie ein symmetrisches 90-%-Konfidenzintervall für den relativen Anteil p an Ausschusseiern in der gesamten Produktionsserie an!

Geben Sie an, durch welche Maßnahme man die Breite des Konfidenzintervalls bei vorgegebenem Konfidenzniveau (Sicherheit) verringern kann!

- b) Der Hersteller überlegt, die gelbe Kapsel in Zukunft nur in Form eines Drehzylinders ohne aufgesetzte Halbkugeln zu produzieren. Das Volumen V der Kapsel soll dabei unverändert bleiben, ebenso wie die Form des Schokoladeneies. Die Oberfläche $O(r)$ des angedachten Drehzylinders kann in Abhängigkeit vom Radius r durch die Funktion O mit der Gleichung $O(r) = 2r^2\pi + 2 \cdot V \cdot r^{-1}$ beschrieben werden. Der Radius r darf dabei nur Werte im Bereich $(0 \text{ cm}; 1,9 \text{ cm})$ annehmen, damit der Zylinder in das Schokoladenei passt.

Berechnen Sie die minimale mögliche Oberfläche der geplanten zylindrischen Kapsel!

Weisen Sie durch Differenzialrechnung nach, dass an der berechneten Stelle tatsächlich ein Minimum vorliegt!

Wenn diese Kopie schlecht zu lesen ist, so ist das kein Problem. Zum Beantworten der gestellten Fragen braucht man von der Einleitung nur das Volumen. Die auf dem Bild zu sehenden Eier und auch die Kapsel braucht man nicht.

Die Frage a) ist eine Frage aus der Stochastik, die nötigen Daten findet man im Text von Teil a). In der Frage b) geht es um einen einfachen zylindrischen Körper. Man könnte eine Extremwertaufgabe vermuten. Die kann man aber wegen des »Formatterrors« nicht geben, weil sie nicht in unabhängige 0/1-wertige Teilfragen zerlegbar ist.

Also verzichtet man auf die interessantesten Teile einer Extremwertaufgabe, das Modellbilden, das Suchen einer Zielfunktion und einer Nebenbedingung und auf die daraus entwickelte Funktion in einer Variablen, deren Extremum man suchen soll. Diese Funktion ist gegeben.

Es ist sind nur die Ableitungen zu berechnen und das Minimum ist zu untersuchen, alles Aufgaben, die ab 2018 die Technologie übernimmt.

3. Das Beurteilungssystem

- Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit null oder einem Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die im Teil 2 mit **A** (»Ausgleichspunkte«) gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.
- Positive Beurteilung:
 - Wenn im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst werden, oder
 - Wenn unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben gelöst werden
- Beurteilungsschlüssel:

Genügend	16–23 Punkte
Befriedigend	24–32 Punkte
Gut	33–40 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

Das Beurteilungssystem ist ein Versuch die gesetzlich verbal definierten Notenstufen zu quantifizieren. Insbesondere wurde die Definition der Notenstufe »Genügend« folgender Maßen interpretiert:

»Mit »Genügend« sind Leistungen zu beurteilen, mit denen der Schüler die nach Maßgabe des Lehrplanes gestellten Anforderungen in der Erfassung und in der Anwendung des Lehrstoffes sowie in der Durchführung der Aufgaben **in den wesentlichen Bereichen** überwiegend erfüllt (LBVO § 14 Abs.5 und 6)

Da der Teil 1 (Überprüfung der Grundkompetenzen in Form 0/1-wertiger Items) als der »wesentliche« Teil angesehen wird, sind für eine positive Note nur Punkte des Teiles 1 und die mit **A** gekennzeichneten »Ausgleichspunkte« des Teiles 2 entscheidend, und zwar unabhängig davon, wie viele Punkte in Teil 2 erreicht werden.

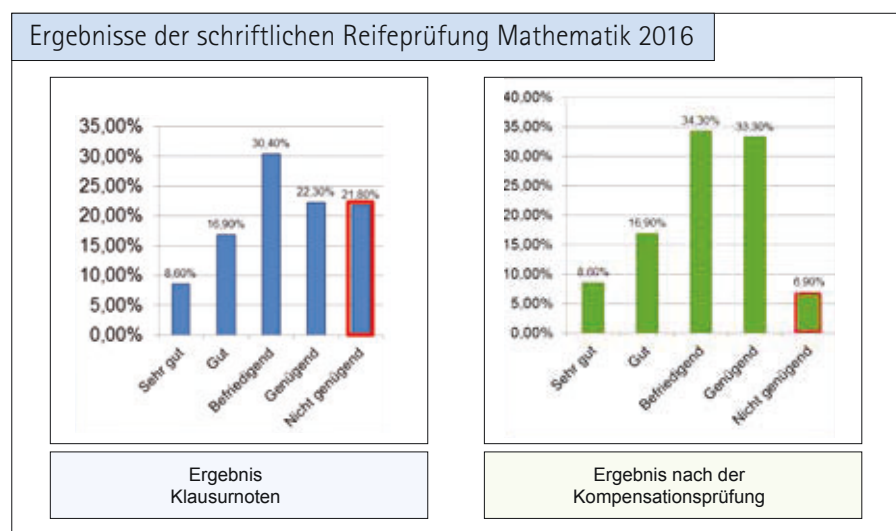
Für mich ist die Beurteilung eine der größten Schwachstellen des Konzeptes. Begründung:

- Die Lehrerinnen und Lehrer korrigieren die Arbeiten ihrer Klassen selbst und es gibt praktisch keine externe Kontrolle.
- Da laut Definition des Teiles 2 und vor allem wegen des Formatzwanges auch die Teilaufgaben dieses Teiles nur Überprüfungen von Grundkompetenzen sind, ist nicht einzusehen, dass dort erbrachte Leistungen nicht für das Erreichen einer positiven Note berücksichtigt werden.

Eine negative Klausurleistung kann allerdings durch eine mündliche Kompensationsprüfung, die etwa vier Wochen später stattfindet, ausgebessert werden. Diese Prüfung wird folgender Maßen beschrieben:

Die im Rahmen der mündlichen Kompensationsprüfung gestellten Aufgaben bilden **dieselben Kompetenzen** ab, die Gegenstand der standardisierten schriftlichen Klausurarbeiten des jeweiligen Unterrichtsfachs sind, soweit dies in einer mündlichen Prüfung möglich ist.

Die Ergebnisse sind vor allem aus der Sicht der Psychometrie überraschend:



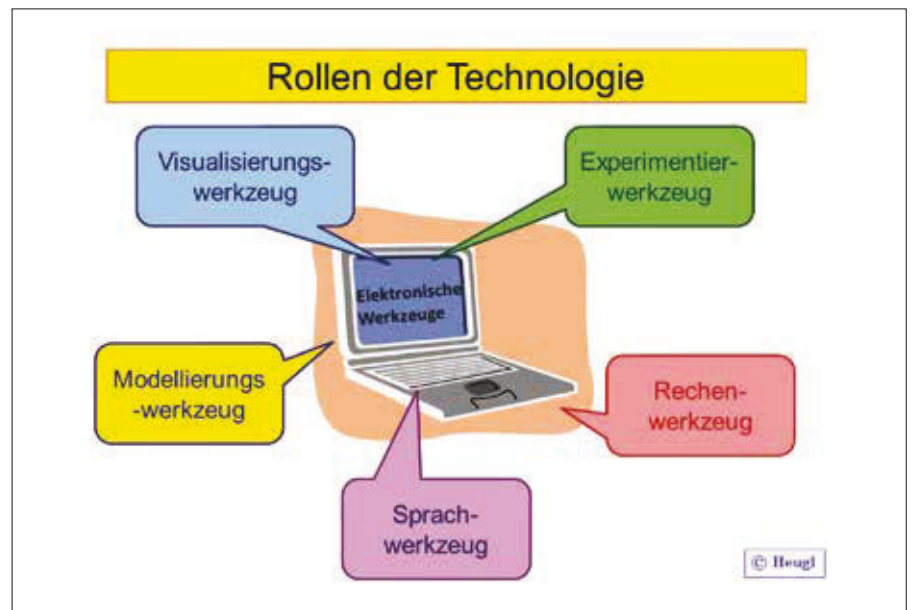
Waren nach der Klausur fast 22% negativ, so blieben nach der Kompensationsprüfung nur mehr etwa 7% negative Ergebnisse.

Der Rekord wurde in einem Bundesland erreicht, wo es eine Verbesserung von 33% negativen Leistungen nach der Klausur auf etwa 8% nach der Kompensationsprüfung gab.

4. Die Rolle der Technologie

Unsere Untersuchungen zeigen, dass Technologie nicht nur einen Verstärkereffekt hat, also als Rechenwerkzeug mathematische Tätigkeiten unterstützt, sondern dass bei einem sinnvollen Einsatz Technologie zu einem Teil der Kognition wird [Dörfler, 1991].

Dieser Effekt tritt aber nur dann ein, wenn verschiedene Funktionen höherwertiger Technologie genutzt werden, wie die nebenstehende Abbildung zeigt [Heugl, 2014]:



Die derzeitige Regelung bei der Reifeprüfung: Erlaubt sind die gewohnten Hilfsmittel. Es werden aber die Prüfungsaufgaben so konstruiert, dass sie (weitgehend) technologiefrei lösbar sind. Aufgabenbeispiele aus den letzten Jahren zeigen aber, dass das nicht so einfach möglich ist. Daher wäre für mich die bessere Lösung, den ersten Teil technologiefrei zu gestalten und im zweiten Teil höherwertige Technologie zuzulassen.

Ab dem Haupttermin 2017/18 ist der Einsatz höherwertiger Technologie (DGS, CAS, Tabellenkalkulation) verbindlich.

Als Verfechter Qualitätsverbesserung des Mathematikunterrichts durch den Einsatz von Technologie kann ich diese Bestimmung nur begrüßen. Ich habe aber bezüglich der Realisierung große Bedenken:

- Am ehesten ist ein sinnvoller Technologieeinsatz im Teil 2 denkbar. Wenn man aber den Formatzwang (lauter 0/1-wertige Teilfragen zu Grundkompetenzen) nicht aufgibt, wird man keine Problemstellungen mit sinnvollem Technologieeinsatz finden.
- Bis jetzt wurden von den Itemwritern noch keine Aufgaben veröffentlicht, die für Schüler und Lehrer deutlich machen würden, wie solche Aufgaben beim Termin 2017/18 aussehen werden. Dabei wären doch zuerst im Unterricht grundlegende Veränderungen notwendig, wenn bisher keine Technologie eingesetzt wurde. Wie soll dann eine Prüfung in eineinhalb Jahren aussehen?

Ich fürchte daher, dass sich Technologieeinsatz auf die Rechenfunktion beschränken wird (komplexere Zahlen usw.). Diese Reduktion wäre für mich aber der Anlass, Technologie abzulehnen.

4.1. Aufgabenbeispiele, die zeigen, dass auch derzeit im Teil 1
Technologienutzung Vorteile bringt:

Aufgabe 7/T1/NT 2015: Technologie als Visualisierungswerkzeug

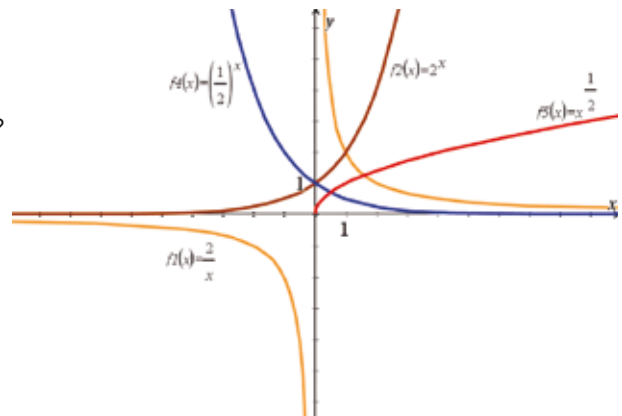
Asymptomatisches Verhalten

Gegeben sind fünf Funktionsgleichungen.

Aufgabenstellung:

Welche dieser Funktionen besitzt/besitzen eine waagerechte Asymptote?
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Funktionsgleichung(en) an!

$f_1(x) = \frac{2}{x}$	<input type="checkbox"/>
$f_2(x) = 2^x$	<input type="checkbox"/>
$f_3(x) = \frac{x}{2}$	<input type="checkbox"/>
$f_4(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	<input type="checkbox"/>
$f_5(x) = x^{\frac{1}{2}}$	<input type="checkbox"/>

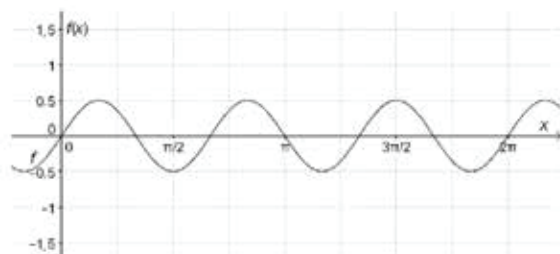


Die Graphen sind schnell gezeichnet.

Aufgabe 12/T1/2015: Technologie als Experimentierwerkzeug

Gesucht sind die Parameter a und b einer
Funktion f mit $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f mit $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$
mit $a, b \in \mathbb{R}$.



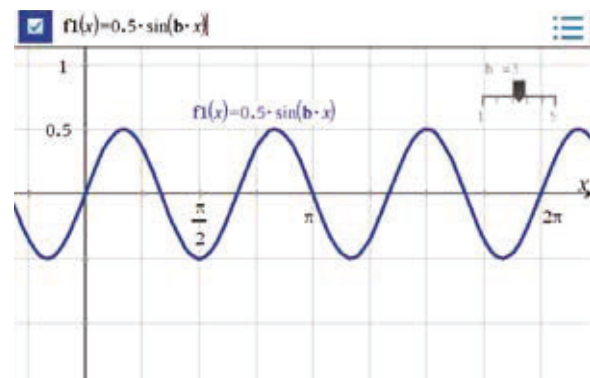
Aufgabenstellung:

Geben Sie die für den abgebildeten Graphen passenden Parameterwerte von f an!

a = _____

b = _____

Genutzt wird ein Schieberegler um den
Parameter b experimentell zu ermitteln:



Exponentialfunktion

Eine reelle Funktion f mit der Gleichung $f(x) = c \cdot a^x$ ist eine Exponentialfunktion, für deren reelle Parameter c und a gilt: $c \neq 0, a > 1$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie jene beiden Aussagen an, die auf diese Exponentialfunktion f und alle Werte $k, h \in \mathbb{R}, k > 1$ zutreffen!

$f(k \cdot x) = k \cdot f(x)$	<input type="checkbox"/>
$\frac{f(x+h)}{f(x)} = a^h$	<input type="checkbox"/>
$f(x+1) = a \cdot f(x)$	<input type="checkbox"/>
$f(0) = 0$	<input type="checkbox"/>
$f(x+h) = f(x) + f(h)$	<input type="checkbox"/>

$f(x) := c \cdot a^x$	Done
$f(k \cdot x) = k \cdot f(x)$	$c \cdot a^{k \cdot x} = c \cdot k \cdot a^x$
$\frac{f(x+h)}{f(x)} = a^h$	true
$f(x+1) = a \cdot f(x)$	true
$f(0) = 0$	$c = 0$
$f(x+h) = f(x) + f(h)$	$c \cdot a^{h+x} = c \cdot a^x + a^h \cdot c$

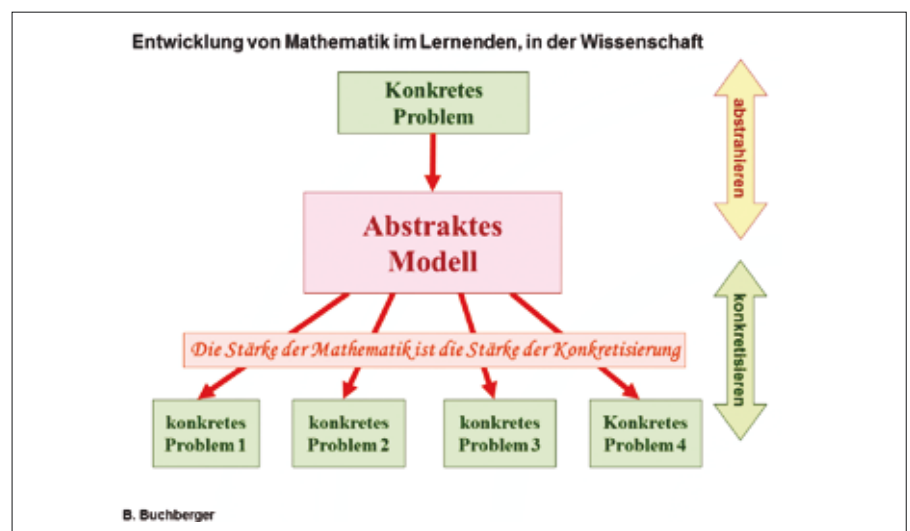
CAS erlaubt eine direkte Nutzung der Sprache der Mathematik.

Die Aufgabenbeispiele zeigen, dass hier der Technologieeinsatz problematisch ist, weil wie etwa im letzten Beispiel, nicht mehr die beabsichtigte mathematische Kompetenz, sondern nur Werkzeugkompetenz überprüft wird.

4.2. Die Vision einer Typ-2-Aufgabe mit sinnvollem Technologieeinsatz

Gewählt wurde die Aufgabe »Einkommensteuer« des Haupttermins 2016, die vom Kontext her eine sinnvolle Prüfungsaufgabe ist, bei der sich aber die Aufgabenstellung nur auf Kompetenzen aus der Sekundarstufe 1 bezogen hat. Mit Technologieeinsatz kann daraus eine sinnvolle Prüfungsaufgabe werden:

Es bietet sich die Möglichkeit, in dieser Aufgabe den charakteristischen Aufbau der Mathematik abzubilden:



Ausgangspunkt ist meist ein konkretes Problem. Um es zu lösen wird zuerst ein abstraktes Modell entwickelt, welches dann das Tor für das Lösen vieler konkreter Probleme eröffnet.

Mathematisches Handeln erfolgt also in zwei charakteristischen Phasen

- Abstrahieren und
- Konkretisieren

Bruno Buchbergers These lautet:

»Die Stärke der Mathematik ist die Stärke der Konkretisierung«

Einkommensteuer

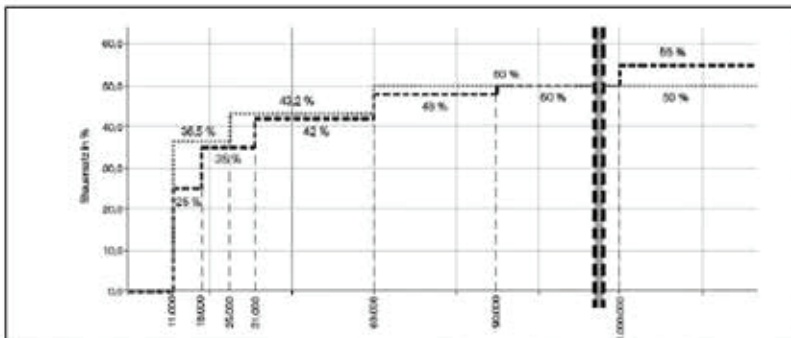
Erwerbstätige Personen müssen einen Teil ihrer Einkünfte in Form von Einkommenssteuer an den Staat abführen. Im Steuermodell für das Kalenderjahr 2015 unterscheidet man vier Steuerklassen mit den sogenannten Steuersätzen: 0 %, 36,5 %, 43,2 % und 50 %.

Modellhaft wird angenommen:

Jahresnettoeinkommen = steuerpflichtiges Jahreseinkommen - Einkommensteuer

Am 7. Juli 2015 wurde vom Nationalrat das Steuerreformgesetz 2015/2016 beschlossen. Das ab dem 1. Januar 2016 gültige Steuermodell ist ein Modell mit sieben Steuersätzen.

Das bis 2015 gültige Modell (mit vier Steuerklassen) und das ab 2016 gültige Modell (mit sieben Steuerklassen) sind in der nachstehenden Grafik dargestellt.



Auch hier ist die kontextbezogene Information über die zwei Steuermodelle nötig.

Aufgabenstellung:

Teil a: Abstrahieren

Ermitteln Sie zwei mathematische Modelle für die Einkommensteuer und zwar für die bis 2015 gültigen und für die aktuell geltenden Bestimmungen in Abhängigkeit vom steuerpflichtigen Jahreseinkommen. Geben Sie eine Formel für das Jahresnettoeinkommen für beide Steuermodelle an.

Teil b: Konkretisieren

Zeichnen Sie die Graphen im Intervall $[0, 200000]$. Der politische Auftrag war, die niedrigeren Einkommen steuerlich zu entlasten und die höheren Einkommen mehr zu belasten. Diskutieren Sie rechnerisch und grafisch, ob die Steuernovelle dieser Erwartung entspricht. Ab welchem Einkommen ist die steuerliche Belastung beim neuen Modell höher?

Teil a: Man entwickelt zwei abschnittsweise definierte Funktionen:

$$est15(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 11000 \\ 0 + (x - 11000) \cdot 0,365, & 11000 < x \leq 14000 \\ 0 + 14000 \cdot 0,365 + (x - 25000) \cdot 0,432, & 25000 < x \leq 60000 \\ 0 + 14000 \cdot 0,365 + 35000 \cdot 0,432 + (x - 60000) \cdot 0,5, & x > 60000 \end{cases}$$

Done

$$est16(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 11000 \\ 0 + (x - 11000) \cdot 0,25, & 11000 < x \leq 18000 \\ 0 + 7000 \cdot 0,25 + (x - 18000) \cdot 0,35, & 18000 < x \leq 29000 \\ 0 + 7000 \cdot 0,25 + 13000 \cdot 0,35 + (x - 31000) \cdot 0,42, & 31000 < x \leq 48000 \\ 0 + 7000 \cdot 0,25 + 13000 \cdot 0,35 + 29000 \cdot 0,42 + (x - 60000) \cdot 0,48, & 60000 < x \leq 91000 \\ 0 + 7000 \cdot 0,25 + 13000 \cdot 0,35 + 29000 \cdot 0,42 + 30000 \cdot 0,48 + (x - 91000) \cdot 0,65, & x > 91000 \end{cases}$$

Done

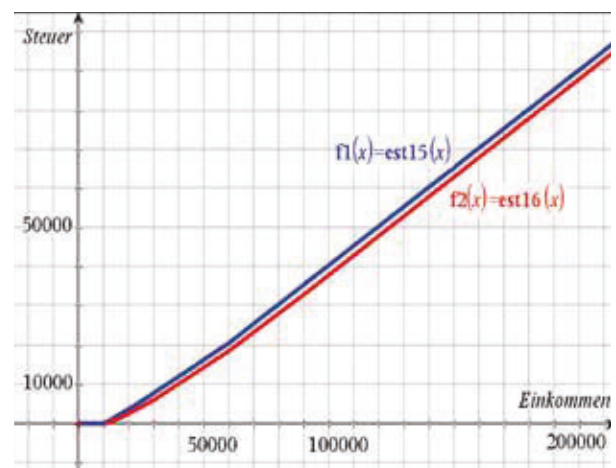
$$neteink15(x) := x - est15(x)$$

Done

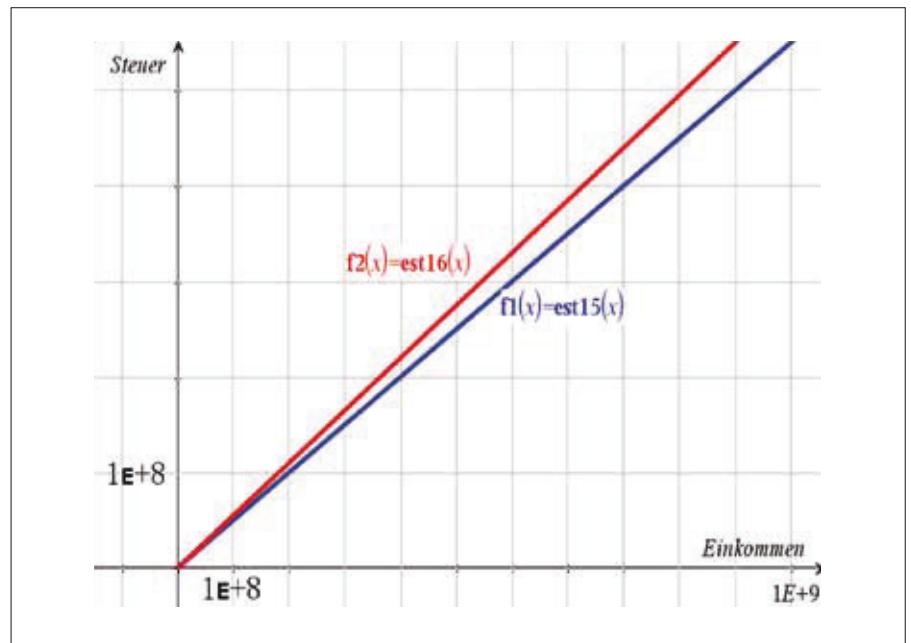
$$neteink16(x) := x - est16(x)$$

Done



Teil b: Die Graphen ermöglichen schon die Beantwortung vieler konkreter Fragen:



Auch die Frage, ob die Steuerbelastung für höhere Einkommen nach der Steuerreform höher ist, kann graphisch beantwortet werden, indem man das Intervall anpasst:



Mit dem CAS-Werkzeug lässt sich die Frage beantworten, ab welchem Einkommen die Steuerbelastung im neuen Modell höher ist:

 $\text{solve}(\text{est16}(x)=\text{est15}(x),x)$	$x=0.$
$\text{solve}(0+7000 \cdot 0.25+13000 \cdot 0.35+29000 \cdot 0.42+30000 \cdot 0.48+910000 \cdot 0.5+(\text{Einkommen}-100000) \cdot 0.55,\text{Einkommen})$	$x=1.047\text{E}6$
 $\text{solve}(\text{est15}(x)=\text{est16}(x) x>100000,x)$	$x=1.047\text{E}6$

Der erste Versuch bringt keine sinnvolle Lösung. Erst wenn man den Definitionsbereich entsprechend anpasst, erhält man die gesuchte Lösung. Werkzeugkompetenz alleine reicht also nicht aus, um das Problem zu lösen.

So lange man am Formatzwang festhält, dass die Teil-2-Aufgaben aus lauter voneinander unabhängigen 0/1-wertigen Teilaufgaben bestehen müssen, wird dieses Beispiel eine Vision bleiben. Sinnvolle Problemlöseaufgaben sind mit diesem Format nicht möglich.

Zur Vorbereitung auf diesen Vortrag, habe ich eine Zahl von Personen interviewt, die entweder mit der Auswertung der Ergebnisse befasst sind, oder als Lehrerin oder als Lehrer eine Klasse zur Prüfung geführt haben. Die folgenden Zitate sind ein kleiner Ausschnitt aus diesen Interviews. Die Stellungnahmen beziehen sich einerseits auf die Prüfung selbst, andererseits auf die Auswirkung der neuen Prüfung auf den Unterricht.

5. Rückmeldungen von Lehrern, Direktoren und Landeschulinspektoren zur Prüfung

Schulaufsicht: Die SchülerInnen stehen in den ersten 120 Minuten extrem unter Druck, weil sie mindestens 16 Aufgaben lösen müssen, um ein positives Ergebnis zu erhalten. Das Wissen, dass sämtliche Typ-2-Aufgaben (Ausnahme: Ausgleichspunkte) danach nicht mehr zu einer positiven Note führen können, führt bei vielen SchülerInnen zu Blockaden bzw. zu fast panischem Handeln.

Lehrerin: SchülerInnen bearbeiten Teil 1 und (A)-Aufgaben, Teil 2 wird von den meisten nicht angeschaut. Beim Teil 2 waren nur mehr 5 von 19 Schülern im Raum.

Schulaufsicht: Es gibt KandidatInnen, die um einen Punkt die Hürde für eine positive Note verpasst haben, jedoch bei den Typ-2-Aufgaben genügend Punkte erreicht hätten, um ein »Befriedigend« erreichen zu können. Dieser Umstand muss für die Zukunft gelöst werden.

Lehrerin: Die Beurteilung ist nicht akzeptabel: Beispiel: Zwei Schülerinnen haben gleich viele Punkte, aber eine ist positiv, die andere negativ!

Direktorin: Formate der Aufgaben machen oft mehr Probleme als die Inhalte (z.B. bei Lückentexten).

Lehrerin: 0/1 wertige sind Items brutal, ein Flüchtigkeitsfehler bedeutet 0 Punkte, obwohl die Aufgabe verstanden wurde.

Lehrerin: Ich sehe die neue Reifeprüfung überwiegend positiv. Es kommt zu mehr Verständnis bei Grundkompetenzen und zwar auch durch die Formate. Es genügt nicht, Definitionen auswendig zu lernen.

Schulaufsicht: Bei den meisten Typ-II-Aufgaben ist mehr Lesekompetenz zum Verstehen der Beispiele erforderlich als mathematische Kompetenz. SchülerInnen scheitern eher am Verständnis des Kontexts.

Lehrerin: Im Teil 2 gibt es keine Vernetzung von Grundkompetenzen wegen der 0/1 wertigen unabhängigen Teilaufgaben. Im Wesentlichen ist der Teil 2 wieder eine Abfrage von Grundkompetenzen.

6. Der Einfluss auf den Mathematikunterricht

"when test scores become the goal of the teaching process, they both lose their value as indicators of the educational status and distort the educational process in undesirable ways."
[Campbell's law, 1976]

Lehrerin: Erfahrung als Leiterin der Arbeitsgemeinschaft: Ich sehe die große Gefahr, dass die Mehrheit der LehrerInnen ihren Unterricht auf Grundkompetenzen reduziert.

Erfahrung als Schulbuchautorin: Der Druck des Verlages ist groß, möglichst viele Grundkompetenzaufgaben anzubieten und die auch zu kennzeichnen.

Erfahrung in der Fortbildung: Laut Anordnung ist Fortbildung nur mehr grundkompetenzorientiert.

Direktorin: Im Unterricht besteht großer Zeitdruck, den Stoff durchzubringen, es bleibt keine Zeit für »schöne« Aufgaben, keine Zeit für eigene Schwerpunkte.

Direktorin: Lehrplaninhalte, die über die Grundkompetenzen hinausgehen, werden eher oberflächlich behandelt.

Direktorin: Die Einstellung meiner Lehrerinnen und Lehrer ist positiv, die neue Reifeprüfung führt zu mehr Kooperation. Es gibt aber auch Schulen, in denen man auf die Veränderungen nicht reagiert hat.

Lehrerin: Ein Vorteil der zentralen Prüfung ist: Als Lehrer ist man mehr in der Partnerrolle.

Direktorin: Grundkompetenzen sind hilfreich beim Start an der Universität

Zusammenfassung:

Der Erwerb und das Bewusstmachen von Grundkompetenzen ist wichtig – aber eine Reduktion auf Grundkompetenzen im Unterricht ist zu wenig. Noch wichtiger ist das Nutzen von Grundkompetenzen zum Modellieren und Problemlösen. Gemäß der Bildungstheorie sollte dafür der Freiraum des Unterrichts genutzt werden. Die Praxis sieht leider anders aus.

Literatur

BIFIE (2016): Bundesinstitut für Bildungsforschung: Materialien zur Reifeprüfung Mathematik <https://www.bifie.at/downloads?projekt%5B%5D=69&schulfach%5B%5D=110&schultyp%5B%5D=134>

Campbell, D., (1976): "Assessing the impact of planned social change". Evaluation and Program Planning. 2 (1): 67–90, p. 85.

Dörfler, W., 1991: »Der Computer als kognitives Werkzeug und kognitives Medium«. In Computer-Mensch-Mathematik, Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, Universität Klagenfurt, Band 21. ISBN 3-519-02799-2.

Fischer, R. (2001): Höhere Allgemeinbildung. In: Fischer-Buck, A. u. a. (Hrsg.): Situation – Ursprung der Bildung. Franz-Fischer-Jahrbuch der Philosophie und Pädagogik 6. Universitätsverlag, Leipzig, S. 151–161.

IDM Klagenfurt, (2009): Das Projekt »Standardisierte schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik«; Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Klagenfurt 2009; <http://www.uni-klu.ac.at/idm/inhalt/519.htm>

Heugl, H., (2014): »Mathematikunterricht mit Technologie – ein didaktisches Handbuch mit einer Vielzahl von Aufgaben«. Veritas-Verlag, Linz. ISBN 978-3-7101-0431-2

KMK, 2012: »Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife«. www.kmk.org/fileadmin/.../2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf

Kühnel, W. u. Bandelt, H.-J., (2016): »Schöne neue Mathewelt der österreichischen Zentralmatura 2015«. In GDM 100, Februar 2016, S. 30 – 34.

Diskussionsergebnisse der Fachtagung

Innerhalb der Fachtagung wurde die Zielstellung der visionären Konstruktion einer »idealen« Mathematikprüfung für 2030 in einem mehrschrittigen Workshopverfahren mit wechselnder Zusammensetzung der Arbeitsgruppen bearbeitet. Im Folgenden sollen einzelne Ergebnisse der Workshops dargestellt werden. Dabei werden bewusst die von den Teilnehmern gewählten Formulierungen aufgegriffen, auch wenn diese in einem Arbeitsprozess zum Teil auf spontanen Äußerungen beruhen, nicht frei von Widersprüchen sind und auch nicht bis ins Detail ausformuliert werden können. Vielmehr soll der Leser einen unverfälschten Eindruck vom Arbeitsprozess gewinnen.

1. Workshops – Teil 1

In einem ersten Workshopblock sollten die Teilnehmer möglichst unabhängig von bestehenden Ländertraditionen **Themenfelder identifizieren**, über die man sich bei der Erstellung eines »idealen« Abiturs verständigen muss.

Die in einem mehrstufigen Prozess herausgearbeiteten Themenfelder sind:

- Verhältnis zentrale/dezentrale Prüfungsteile
- Aufgabenkultur und Erwartungshorizont
- Rolle von Hilfsmitteln – hilfsmittelfreie Teile
- Struktur der Prüfung: Sachgebiete, Leitlinien, Vernetzung

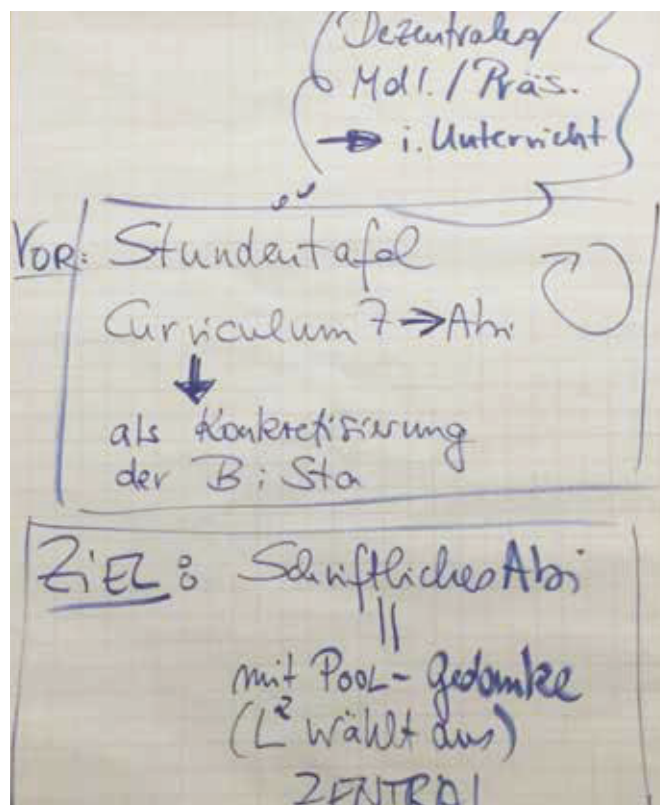
2. Workshops – Teil 2

Die Teilnehmer entwickelten im zweiten Workshopblock für die einzelnen Themenfelder – losgelöst von derzeitigen Traditionen und Bedingungen und ohne Denkverbote – eine Vision für ein ideales Abitur.

Ausgewählte Ergebnisse:

Themenfeld »Verhältnis zentrale/dezentrale Prüfungsteile«

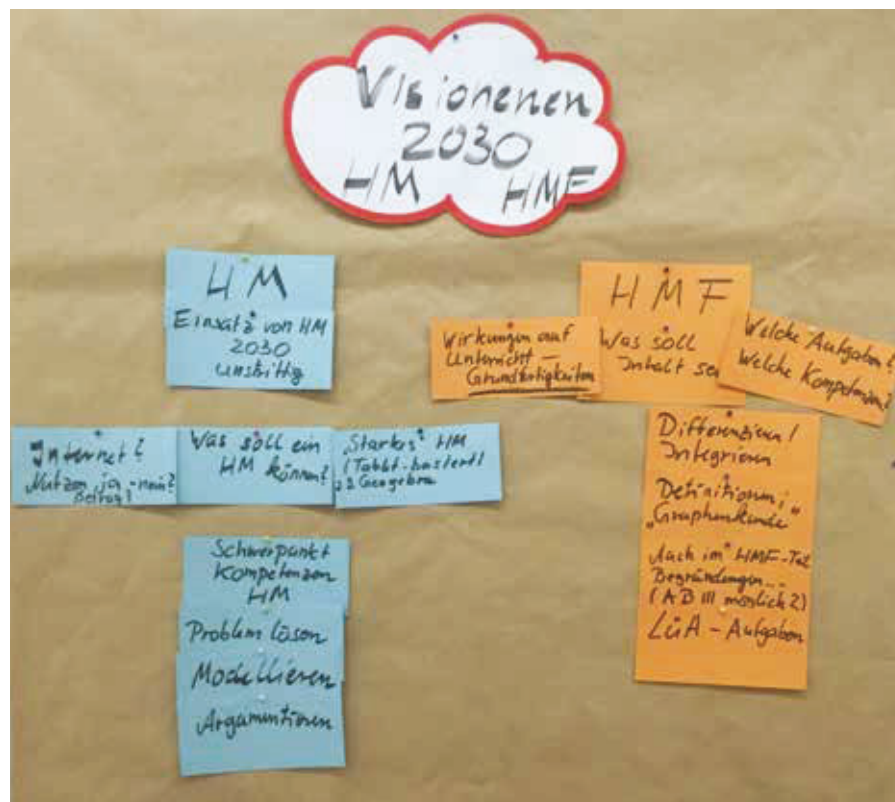
Die Arbeitsgruppe sieht als ideale Voraussetzungen für weitgehend einheitliche Abiture einheitliche Stundentafeln und ein verbindliches Curriculum von Klassenstufe 7 bis zum Abitur im Sinne der Konkretisierung der Bildungsstandards. Ziel sei ein schriftliches Zentralabitur in den einzelnen Ländern mit Nutzung eines zentralen Aufgabenpools. Dabei werden Wahlalternativen für eine Auswahl durch den Lehrer favorisiert. Als dezentrales Element werden die mündliche Prüfung und die Präsentationsprüfung gesehen.



Themenfeld »Rolle von Hilfsmitteln – hilfsmittelfreie Teile«

Der Hilfsmiteinsatz sei 2030 unstrittig. Offen sei die Frage der Nutzung des Internets und dessen Zweck sowie die Frage, was ein Hilfsmittel leisten können soll. Vorstellbar ist ein »starkes« Hilfsmittel, Tablet-basiert. Schwerpunkt des Hilfsmiteinsatzes sei die Prüfung von Kompetenzen vor allem im Problemlösen, im Modellieren und im Argumentieren.

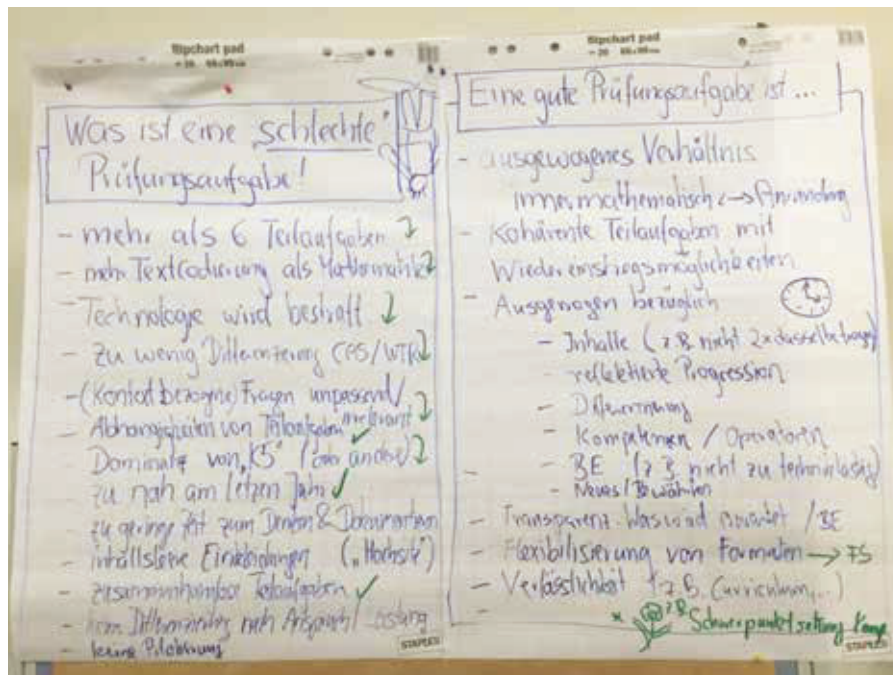
Für hilfsmittelfreie Prüfungsteile wird die Wirkung auf den Unterricht herausgestellt. Geprüft werden u.a. grundlegende Verfahren wie Differenzieren/Integrieren, Definitionen, Umgang mit Funktionsgraphen, Begründungen. Als Beispiel könnten die von den 8 am Projekt »gemeinsame Aufgabenteile im Abitur« beteiligten Ländern gemeinsam seit 2014 eingesetzten Aufgaben genutzt werden.



Themenfeld »Struktur der Prüfung: Sachgebiete, Leitlinien, Vernetzung«

Die Arbeitsgruppe entwickelte zunächst eine Gegenüberstellung einer »schlechten« und einer »guten« Prüfungsaufgabe.

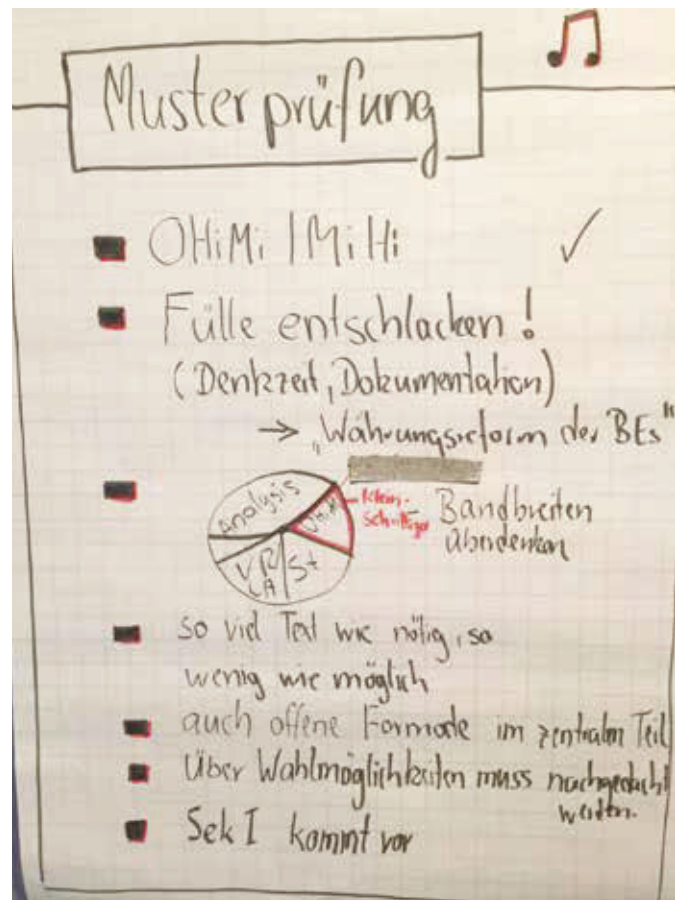
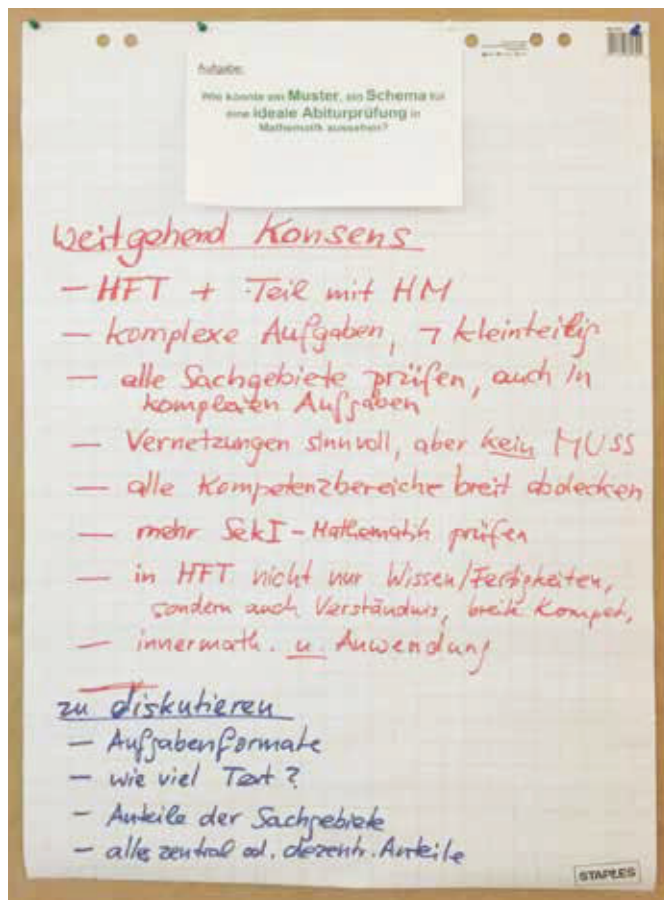
»Schlechte« Prüfungsaufgabe:	»Gute« Prüfungsaufgabe:
<ul style="list-style-type: none"> ■ mehr als 6 Teilaufgaben ■ mehr Textcodierung als Mathematik ■ Technologie wird bestraft ■ zu wenig Differenzierung CAS/WTR ■ kontextbezogene Fragen unpassend ■ Abhängigkeit von Teilaufgaben ■ Dominanz von K5 (oder andere) ■ zu nah am vorhergehenden Jahr ■ zu geringe Zeit zum Denken & Dokumentieren ■ inhaltsleere Einkleidungen ■ zusammenhanglose Teilaufgaben ■ keine Differenzierung nach Anspruch/Leistung ■ keine Pilotierung 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Ausgewogenes Verhältnis innermathematisch – Anwendung ■ Kohärente Teilaufgaben mit Wiederholungsmöglichkeiten ■ Ausgewogen bezüglich <ul style="list-style-type: none"> ■ Inhalte ■ Reflektierte Progression ■ Differenzierung ■ Kompetenzen/Operatoren ■ BE (z. B. nicht zu technik-lastig) ■ Neues/Bewährtes ■ Transparenz: Was wird erwartet? ■ Flexibilisierung von Formaten ■ Verlässlichkeit, z. B. Curriculum, Kompetenzen

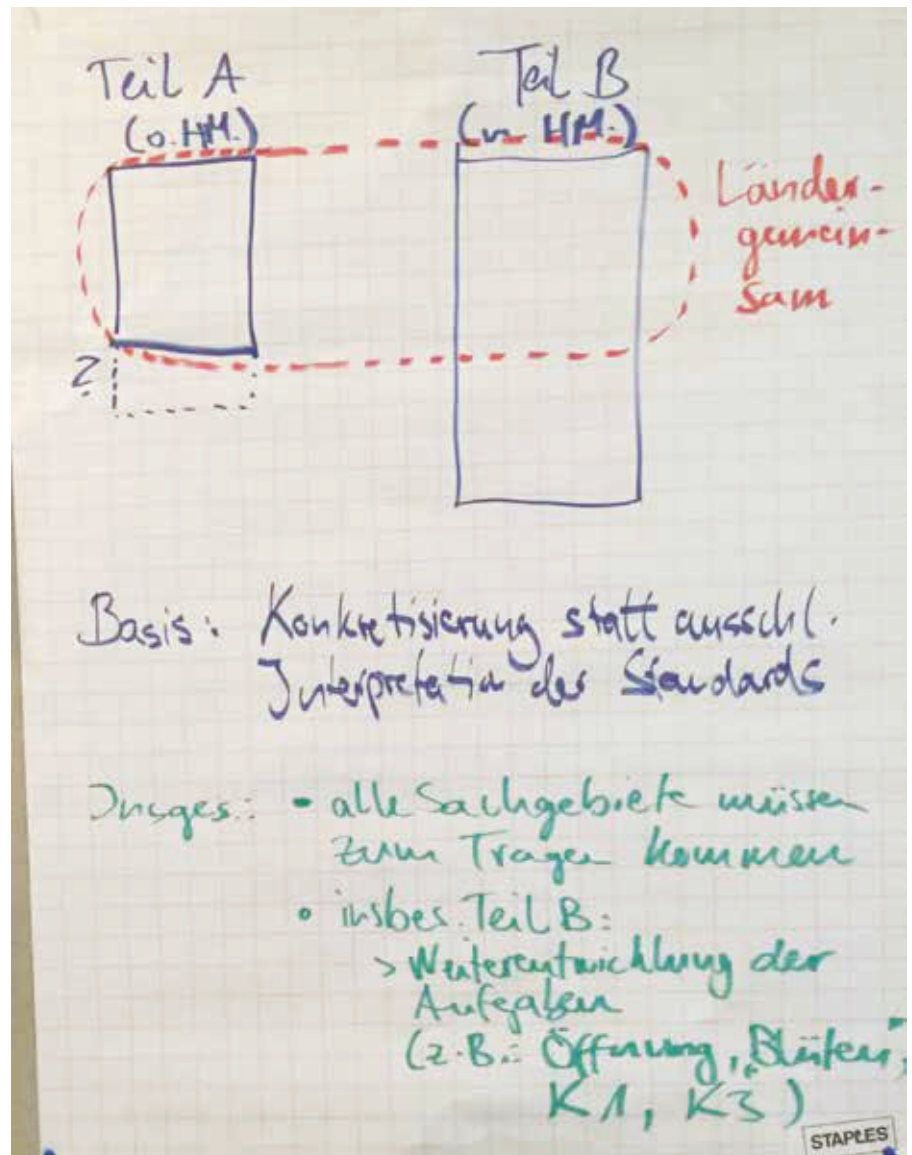


3. Workshops – Teil 3

Die Teilnehmer erarbeiten schließlich Muster für eine ideale Abiturprüfung.

Einzelne Ergebnisse:





Zu klären:

Abitur • verpflichtend für alle oder Wahlprüfungsfach?

- grundlegendes und/oder erhöhtes Niveau?
- ⇒ Struktur der Aufgaben? (gemeinsame Teile)
- wie berücksichtigt die Prüfung fließende aber leistungsabhängige SchülerInnen?
- Berücksichtigung einzelner SchülerInnen?
- Gewichtung der Teile?
- kann "Zwangsbestehen" eines Teils der Teile?

Welche positive Rückkopplung hat die Prüfung für folgenden Unterricht?

- Soll es eine Wahl der Aufgaben in der Prüfung geben? Wenn ja: wie wählt aus? (Lehrer & Schüler)
- Vollständiger Fehlerkatalog? (Analyse, Anwendung/A, Statistik)
- ↳ ^{Wahlmöglichkeit} Vernetzung der Aufgaben?
- ausgewogener Anteil der allgemeinen Kompetenzen
- ausgewogener Anteil mathematisch und anwendungsbezogen
- Aufgabenformat? { multiple choice, Freitext, Sachtextverständnis }

4. Zusammenfassung der Ergebnisse

Die Teilnehmer stimmen weitgehend in den folgenden Punkten für eine Abiturprüfung im Fach Mathematik im Jahre 2030 überein:

- Einhaltung der Bildungsstandards: Es sollten möglichst viele allgemeine mathematische Kompetenzen und Leitideen in der Prüfung enthalten sein.
- Es sollten alle drei Sachgebiete Analysis, Analytische Geometrie/Lineare Algebra und Stochastik auch in komplexen Prüfungsteilen in der Prüfung enthalten sein.
- Es sollten hilfsmittelfreie Prüfungsteile und Teile mit Nutzung zeitgemäßer Hilfsmittel enthalten sein. Dabei sollen in hilfsmittelfreien Prüfungsteilen nicht nur Wissen und Fertigkeiten, sondern auch Verständnis überprüft werden.
- Es sollen innermathematische und Anwendungsaufgaben vorkommen.
- Auch Elemente der Mathematik aus der Sek I sollten enthalten sein.
- Die Abituraufgabe insgesamt sollte nicht überladen sein und zeitlich für die Schüler machbar.

Themen, die zwischen den Ländern in Kooperation mit dem IQB und der Fachdidaktik abgestimmt werden sollen:

- Einheitliche Struktur der Prüfungsarbeit
 - Arbeitszeitanteile
 - Anteile der Sachgebiete
 - zentrale/dezentrale Anteile
 - ungewohnte Aufgabentypen, Multiple Choice, offene Aufgaben, Aufsatz, Lückentext, ...
- Ländergemeinsam sollte nicht nur der hilfsmittelfreie Teil geprüft werden. Dabei könnten Aufgaben aus dem Hilfsmittelteil durch die Länder auch angereichert werden (Blüten).
- Es sollte perspektivisch ein einheitliches Vorgehen der Länder bezüglich Wahlaufgaben geben.

Themen, die insbesondere im Zusammenwirken mit der Fachdidaktik geklärt werden sollten:

- Berücksichtigung unterschiedlicher Schülertypen
- Rückwirkung der Prüfung auf den Unterricht

5. Mögliches weiteres Vorgehen

Ein Ergebnisprotokoll wurde durch Sachsen den Teilnehmern der Tagung und den KMK-AGs »Gymnasiale Oberstufe« und »Abiturkommission« zur Verfügung gestellt.

Eine Teilnehmerliste wurde durch Sachsen zur Verfügung gestellt.

Die KMK wurde gebeten, gemeinsam mit dem Land Sachsen eine Tagungsbroschüre zu veröffentlichen, die die Fachvorträge und wesentliche Ergebnisse der Workshops beinhaltet.

Unter Federführung der AG »Aufgaben« Mathematik beim IQB wurde ein Vorschlag für eine mögliche Struktur einer künftigen Abiturprüfung entwickelt. Diese Struktur sollte bereits zeitnah als Grundlage für die Erstellung von Prüfungsaufgaben für den gemeinsamen Aufgabenpool der Länder eingesetzt werden.

Damit ist ein erster Schritt zur Erhöhung der Vergleichbarkeit der Abiturprüfungen der Länder bereits erreicht worden. Wenn nunmehr möglichst viele Länder diese Struktur oder eine »passfähige« Struktur in den Länderabituren umsetzen würden, könnten die Aufgaben des Pools in absehbarer Zeit effizienter genutzt werden, da Anpassungen an die Rahmenbedingungen der jeweiligen Länder auf redaktionelle und formale Aspekte reduziert würden.

Damit ist eine Umsetzung eines »idealen« Abiturs und eine deutliche Erhöhung der Vergleichbarkeit ein Stück weit realistischer geworden.

Gleichwohl sollte in Kooperation von Bildungsexperten der Länder und Fachdidaktikern und unter Einbeziehung der Forderungen der Universitäten und Hochschulen und der realen Rahmenbedingungen von Schule die Diskussion um das »ideale« Abitur an dieser Stelle nicht beendet werden.

Strukturmodell des IQB für den gemeinsamen Aufgabenpool der Länder

Die folgenden nach der Fachtagung in der AG Aufgaben des IQB entwickelten Modelle sollen für die Aufgaben des Pools ab 2020 gelten und wurden in der AG „Gymnasiale Oberstufe“ am 15. September 2017 für diesen Zweck beschlossen.

Erhöhtes Anforderungsniveau

Die insgesamt zu erreichenden 120 Bewertungseinheiten verteilen sich folgendermaßen auf die beiden Prüfungsteile und die drei Sachgebiete:

Sachgebiet	Prüfungsteil A (ohne Hilfsmittel)	Prüfungsteil B (mit Hilfsmitteln)
Analysis	30	40
Stochastik		25
Analytische Geometrie/ Lineare Algebra		25

Für den Prüfungsteil A ist eine Arbeitszeit von insgesamt 70 Minuten, für den Prüfungsteil B von insgesamt 200 Minuten vorgesehen.

Grundlegendes Anforderungsniveau

Die insgesamt zu erreichenden 100 Bewertungseinheiten verteilen sich folgendermaßen auf die beiden Prüfungsteile und die drei Sachgebiete:

Sachgebiet	Prüfungsteil A (ohne Hilfsmittel)	Prüfungsteil B (mit Hilfsmitteln)
Analysis	25	35
Stochastik		20
Analytische Geometrie/ Lineare Algebra		20

Für den Prüfungsteil A ist eine Arbeitszeit von insgesamt 60 Minuten, für den Prüfungsteil B von insgesamt 165 Minuten vorgesehen.

Bewertungshinweise

Für die Bewertung ist für das erhöhte und das grundlegende Anforderungsniveau folgender Bewertungsschlüssel vorgesehen. Der Bewertungsschlüssel gibt an, wie die von einem Prüfling in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

Notenpunkte	Mindestens zu erreichender Anteil an den insgesamt zu erreichenden Bewertungseinheiten
15	95 %
14	90 %
13	85 %
12	80 %
11	75 %
10	70 %
9	65 %
8	60 %
7	55 %
6	50 %
5	45 %
4	40 %
3	33 %
2	27 %
1	20 %
0	0 %

Anhang




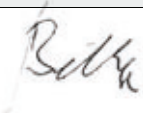
Teilnehmer der Fachtagung

»Mathematikabitur – Vergleichbar
unvergleichbar?« am 29./30.11.2016
in Dresden




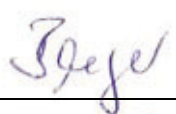

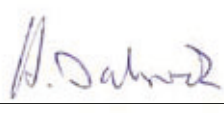
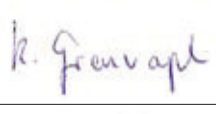
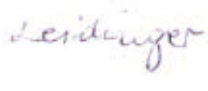


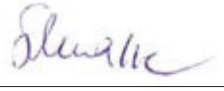
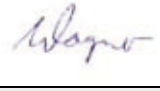





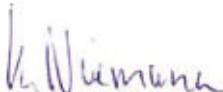
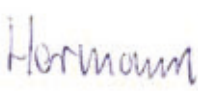


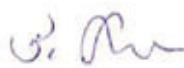
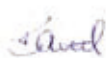
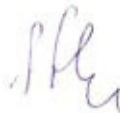
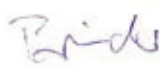
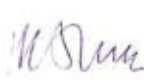

*Foto: Dr. Konstanze Höhne, Sächsisches
Staatsministerium für Kultus*



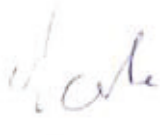
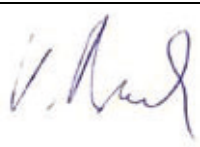




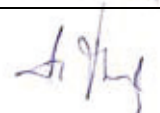
Teilnehmerliste

Vorname, Name	Einrichtung	Unterschrift	Kontaktdaten
Vertreter der Bundesländer			
Baden-Württemberg			
Thomas Jurke	Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Referat 36		thomas.jurke@km.kv.bwl.de Telefon 0711 279-2587
Dr. Peter Stein	Regierungspräsidium Freiburg Referat 75		peter.stein@rpf.bwl.de
Prof. Hans Freudigmann	Staatliches Seminar für Didaktik und Lehrerbildung (Gymnasien) Bereich Mathematik/Informatik/ Digitale Medien		hansfreudigmann@googlemail.com
Dr. Frank Zeilfelder	Carl-Benz-Schule Mannheim		frank.zeilfelder@gmx.de
Bayern			
MR Dieter Götzl	Bayerisches Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst Referat V.7 Fachreferat Ma/Ph/Info Personalreferat staatliche Gymnasien		dieter.goetzl@stmbw.bayern.de
StD Achim Brunnermeier	Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung Abteilung Gymnasium		achim.brunnermeier@isb.bayern.de Telefon 089 2170-2138
StD Manfred Herbst	Gymnasium Herzogenaurach		herbst@gymnasium- herzogenaurach.de Telefon 0913 277117
Berlin/Brandenburg			
Gudrun Riemann	Barnim-Gymnasium Bernau-Waldfrieden		guriem@t-online.de
Viola Adam	Friedrich-Gymnasium Luckenwalde		ViolaAdam@gmx.de
Ralf Punkenburg	Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft Referat II B 1		ralf.punkenburg@senbjw.berlin.de
Bremen			
Dr. Thomas Bethge	Die Senatorin für Kinder und Bildung Referat Qualitätsentwicklung und Standardsicherung		thomas.bethge@bildung.bremen.de Telefon 0421 361-10595
Dr. Christian Eurich	Lloyd Gymnasium Bremerhaven		eurich@neuro.uni-bremen.de

Hamburg			
OSR Monika Seiffert	Behörde für Schule und Berufsbildung Amt für Bildung MINT-Referat		monika.seiffert@bsb.hamburg.de Telefon 040 42863-3373
Xenia Rendtel	Behörde für Schule und Berufsbildung Fachreferat Mathematik		xenia@rendtel.de
Dr. Andreas Busse	Ida Ehre Schule Hamburg		andreas.busse@hamburg.de
Hessen			
OStR' Anja Wörn	Max-Beckmann-Schule Frankfurt		anja.woern@kultus.hessen.de
Marion Möller	Hessisches Kultusministerium Referat III.A.3		marion.moeller@kultus.hessen.de Telefon 0611 368-2724
OStD'in Nicole Roth-Sonnen	Ludwig-Georgs-Gymnasium Darmstadt		nicole.roth-sonnen@darmstadt.de
Mecklenburg-Vorpommern			
Maria Poethke	Institut für Qualitätsentwicklung M-V Schwerin		m.poethke@iq.bm.mv-regierung.de
Matthias Apsel	Eldenburg-Gymnasium Lübz		apsel@freenet.de
Holger Lohöfener	Sportgymnasium Schwerin		h.loh@gmx.de
Niedersachsen			
MR' Gudrun Köppen-Castrop	Niedersächsisches Kultusministerium Referat 33 Logistikstelle für zentrale Arbeiten		gudrun.koeppen-castrop@ mk.niedersachsen.de Telefon 0511 1207240
StD Hans-Dieter Stenten-Langenbach	Bischöfliches Gymnasium Marianum Meppen		stenten-langenbach@t-online.de
StD Ulf-Hermann Krüger	Gymnasium Syke		ulf-hermann.krueger@web.de Telefon 04242 16830
StD' Sabine Meyer	Ratsgymnasium Rotenburg		sbnmyr@t-online.de
Nordrhein-Westfalen			
StD' Gertrud Kohlruss	Berufskolleg Borken Josefstr. 10 46325 Borken		gkohlruss@t-online.de
LRSD Klaus Koch	Bezirksregierung Münster Dezernat 43		klaus.koch@brms.urw.de

RSD Guido Opheys	Ministerium für Schule und Weiterbildung Referat 523 (Mathematik, Naturwissenschaften, Informatik, Technik, Schülerwettbewerbe) Düsseldorf		guido.opheys@msw.nrw.de
MR Joachim Schöpke	Ministerium für Schule und Weiterbildung Referat 523 (Mathematik, Naturwissenschaften, Informatik, Technik, Schülerwettbewerbe) Düsseldorf		joachim.schoepke@msw.nrw.de
Rheinland-Pfalz			
Hellen Ossmann	Stefan-George-Gymnasium Bingen am Rhein		hellen.ossmann@beratung.bildung-rp.de
Armin Baeger	Kurfürst-Balduin-Gymnasium Münstermaifeld		armin.baeger@beratung.bildung-rp.de
Ernst Michael Thrun	Berufsbildende Schule Wirtschaft Bad Kreuznach		ernst.thrun@gmx.net
Saarland			
StD Heinz Dabrock	Landesinstitut für Pädagogik und Medien Saarbrücken		hdabrock@lpn.uni-sb.de
OSTr'in Katja Grauvoel	Gymnasium am Steinwald Neunkirchen		grauvogel2012@googlemail.com
MR Peter Leidinger	Ministerium für Bildung und Kultur		p.leidinger@bildung.saarland.de
Sachsen			
Steffen Böhlke	Sächsisches Bildungsinstitut Radebeul		steffen.boehlke@sbl.smk.sachsen.de
Jens Köcher	Melanchthon-Gymnasium Bautzen		jenskoecher@web.de
Saskia Schnasse	Sächsisches Landesgymnasium Sankt Afra zu Meißen		
Jürgen Wagner	Sächsisches Bildungsinstitut Radebeul		uj.wagner@kabelmail.de
Sachsen-Anhalt			
Ardito Messner	Dr.-Carl-Herrmann-Gymnasium Schönebeck		kontakt@gym-hermann.bildung-lsa.de
Thomas Gyöngyösi	Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt Halle		thomas.gyoengyoesi@lisa.mb.sachsen-anhalt.de

Petra Behling	Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Fachbereich Schul- und Unterrichtsentwicklung FG 21 Halle		petra.behling@lisa.mb.sachsen- anhalt.de
Schleswig-Holstein			
MR Dr. Kai Niemann	Ministerium für Schule und Berufsbildung Ref. III 255		kai.niemann@bimi.landsh.de
OStR Christoph Hormann	Johann-Heinrich-Voß-Schule Eutin		fiat-lux@arcor.de
Thüringen			
Barbara Enghardt	Staatliches Gymnasium »MELISSANTES« Arnstadt		enghardtmathe@aol.com Telefon 03628 600225
Ronald Wagner	Oskar-Gründler-Gymnasium – Staatliches Gymnasium Gebesee		rw.sj.cr.@gmail.com Telefon 036201 62130
Birgit Skorsetz	Thüringer Institut für Lehrerfortbildung, Lehrplanentwicklung und Medien Referat 32 MINT Bad Berka		birgit.skorsetz@thillm.de Telefon 036458 56-202
Fachdidaktiker			
Prof. Dr. Bärbel Barzel	Universität Duisburg-Essen Didaktik der Mathematik		baerbel.barzel@uni-due.de Telefon 0201 183-7426
Prof. Dr. Gilbert Greefrath	Universität Münster Institut für Didaktik der Mathematik und Informatik Fachbereich Mathematik und Informatik		g.greefrath@math.uni-muenster.de greefrath@uni-muenster.de Telefon 0251 83-39396
Prof. Dr. Regina Bruder	Technische Universität Darmstadt Fachbereich Mathematik AG 22		bruder@mathematik.tu-darmstadt.de Telefon 06151 16-22451
Prof. Dr. Werner Blum	Universität Kassel Fachbereich 10 - Mathematik und Naturwissenschaften Didaktik der Mathematik		blum@mathematik.uni-kassel.de Telefon 0561 804-4623
Jun. Prof. Dr. Christina Drüke-Noe	Pädagogische Hochschule Weingarten Fakultät 2 – Fach Mathematik		druekenoe@ph-weingarten.de Telefon 0751 501-8174
Dr. Matthias Müller	Friedrich-Schiller-Universität Jena Fakultät für Mathematik und Informatik Abteilung für Didaktik		matthias.mueller2@uni-jena.de
Institut für Qualitätsentwicklung Berlin			
Vasco Lorber	Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen		vasco.lorber@iqb.hu-berlin.de Telefon 030 2093-46579

Vereine			
StD Gerwald Heckmann	Deutscher Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts e. V.		gerwald.heckmann@mnu.de
Stefan Burghardt	Deutscher Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts e. V.		
Prof. Dr. Rudolf vom Hofe	Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. Universität Bielefeld Fakultät für Mathematik Institut für Didaktik der Mathematik		vomhofe@math.uni-bielefeld.de Telefon 0521 1065063
Prof. Dr. Volker Bach	Deutsche Mathematiker-Vereinigung e. V. Technische Universität Braunschweig		v.bach@tu-bs.de Telefon 0531 391-7429
Sächsisches Staatsministerium für Kultus			
Dr. Rainer Heinrich	Referat Gymnasien, Abendgymnasien und Kollegs		
Dr. Konstanze Höhne	Referat Gymnasien, Abendgymnasien und Kollegs		
Andrea Neubert	Referat Gymnasien, Abendgymnasien und Kollegs		
Weitere Teilnehmer/Gäste			
Birgit Böhme	Léon-Foucault-Gymnasium Hoyerswerda		
Dr. Helmut Heugl	ehemals Bundesministerium für Bildung Wien		hheugl@aon.at

Freie Presse / 30.11.2016 / Seite 5

Deutsche Grundschüler sind in Mathematik nur Mittelmaß

Das Land der Dichter und Denker hat ein Bildungsproblem. Lehrer fordern mehr Unterricht, Sachsens Regierung mehr Qualität.

VON UWE KUHR

BERLIN/DRESDEN – „Wer die Mathematik nicht beherrscht, muss unter Umständen mit dem Schlimmsten rechnen.“ Dieser Aphorismus beschreibt durchaus auch ein deutsches Dilemma: Beim größten internationalen Vergleich in Mathematik von Viertklässlern in rund 50 Ländern und Regionen liegt das Land der Dichter und Denker nur auf Platz 24. Zu mehr reichten die erzielten 522 Punkte nicht und beschreiben ein „signifikantes Absinken“ auf das Niveau des Vergleichs von 2007. Die Spitzenländer wie Singapur (618 Punkte), Hongkong (615) und Republik Korea (608) liegen deutlich vorn – weit über dem EU-Durchschnitt von 527 Zählern. Die Ergebnisse der TIMSS-Bildungsstudie wurden gestern in Berlin vorgestellt.

An der seit 1995 alle vier Jahre wiederholten Studie zu mathematischen und naturwissenschaftlichen Kompetenzen nahmen zuletzt in Deutschland etwa 4000 Viertklässler teil, weltweit etwa 300.000. In Sachsen waren zehn Schulen – eine Förderschule und neun Grundschulen – beteiligt. Eine Auswertung bis auf die Ebene der Bundesländer erfolgt allerdings nicht.

Als besonders gravierend be-

schreibt die Studie die Leistungsunterschiede, die in fünf Kompetenzstufen gemessen werden. So erreichte in Hongkong jeder zweite Schüler die höchste Stufe 5, in Deutschland nur jeder zwanzigste. „Die mittelmäßigen Ergebnisse überraschen keineswegs“, sagte gestern Josef Kraus, Präsident des Deutschen Lehrerverbandes. Schließlich seien die Grundschulen in einigen deutschen Ländern in den letzten Jahrzehnten „zu einer Spielwiese falscher Reformen“ geworden. Die Folgen würden nun vor allem in einigen deutschen Ländern spürbar: So seien die Zahl der Unterrichtsstunden gekürzt und die Ansprüche abgesenkt worden.

Derzeit hat ein Schüler in Bayern in den vier Jahren Grundschule insgesamt gut 4100 Stunden Unterricht, in Berlin und Brandenburg nur 3700. In Sachsen sind es 3800, Hamburg schafft es sogar auf knapp 4300 Stunden. Die Differenz dieser beiden Länder entspricht etwa einem halben Schuljahr. „Die Grundschule muss statt auf Erlebnisorientierung wieder mehr auf Ergebnisorientierung setzen“, forderte Verbandspräsident Kraus.

Sachsens Bildungsministerin Brunhild Kurth (CDU) reagierte betroffen. „Die Ergebnisse sollten zu denken geben“, sagte sie. „Wir müssen in Deutschland endlich aufhören, an den Schulstrukturen zu drehen.“ Das koste Geld und Kraft, die für die wirklich wichtige Herausforderung benötigt würden: die Entwicklung der Unterrichtsqualität.

Mit diesem Thema, genauer mit der Mathematik und der Abiturprü-

fung in diesem Fach, beschäftigt sich derzeit eine Konferenz mit Vertretern aller Bundesländer in Dresden. Dabei geht es um eine bessere Unterrichtsgestaltung mit Blick auf das Jahr 2030. Ziel sind Schritte, um die Vorbehalte der Länder gegen gemeinsame Prüfungsaufgaben und

damit für vergleichbarere Schulabschlüsse zu überwinden. Bisher arbeiten acht der 16 Länder bei den Mathe-Abiprüfungen zusammen.

„Nach wie vor sind die Unterschiede sehr groß“, sagte Rainer Heinrich vom sächsischen Bildungsministerium. Er koordiniert bundesweit die Bemühungen um gemeinsame Prüfungsinhalte im Fach Mathematik. Auf der Zukunftskonferenz geht es auch um Fragen der Nutzung von technischen Hilfsmitteln, dem Internet oder gar Teamarbeit in Prüfungen. Selbst deren Länge gehöre hinterfragt, so Heinrich. Matheprüfungen müssten wie auch noch in Sachsen nicht zwingend 300 Minuten dauern. „Es muss doch möglich sein, sich darüber zu verständigen“, meinte er.

Als Fortschritt gilt derzeit die Abitur-Kooperation von Sachsen, Bayern, Hamburg, Bremen, Brandenburg, Niedersachsen, Mecklenburg-Vorpommern und Schleswig-Holstein. Ab 2017 steht ihnen für Prüfungen erstmals ein Pool von mehreren Hundert abgestimmten Mathe-Prüfungsaufgaben zur Verfügung. Auch für Deutsch und Fremdsprachen gibt es gemeinsame Fragentöpfe. Die Anfänge dieser Abstimmungen reichen bis ins Jahr 2014 zurück. Sachsen gehört zu den Vorreitern.

<http://www.freiepresse.de> / 29.11.2016 / Seite 1

Experten beraten über Zukunft von Mathe-Abitur

erschienen am 28.11.2016

Dresden (dpa/sn) - Experten aus allen Bundesländern und Österreich diskutieren am Dienstag und Mittwoch in Dresden über das Mathe-Abitur der Zukunft. Aufgabenentwickler aus allen 16 Ländern, Wissenschaftler und Fachmathematiker beschäftigen sich mit der Frage, wie eine Abiturprüfung im Fach Mathematik 2030 aussehen könnte, wie das sächsische Kultusministerium am Montag mitteilte. Das Treffen soll helfen, Ländertraditionen zu überwinden und die Aufgaben bundesweit anzugleichen. Auch Fachleute aus Österreich, wo gerade die zentrale Matura eingeführt wird, sind beteiligt.

Die Kultusministerkonferenz arbeitet an einer besseren Vergleichbarkeit der Abiturprüfungen der Länder. Für Deutsch, Mathematik und Fremdsprache gibt es bereits Bildungsstandards und jeweils einen Aufgabenpool, aus dem sich die Länder ab 2017 für ihre Abiturprüfungen bedienen können. Seit 2014 schreiben Abiturienten in Bayern, Brandenburg, Bremen, Hamburg, Mecklenburg-Vorpommern, Niedersachsen, Sachsen und Schleswig-Holstein Teilaufgaben gemeinsam.

Medieninformation

Bundesweite Fachtagung in Dresden zum Mathematik-Abitur

Das gab es noch nie: Zum ersten Mal in der Geschichte der Bundesrepublik treffen sich am 29. und 30. November 2016 Experten aus allen Bundesländern und aus Österreich, um über die Frage zu diskutieren, wie eine Abiturprüfung im Fach Mathematik im Jahre 2030 aussehen könnte.

Mit der Dresdner Tagung soll ein weiterer Schritt gegangen werden, Ländertraditionen zu überwinden und die Aufgaben bundesweit anzugleichen. Neben Aufgabenentwicklern aus allen 16 Ländern nehmen zahlreiche Fachdidaktiker der Universitäten und Fachmathematiker an der vom Sächsischen Kultusministerium organisierten Konferenz teil. Auch Vertreter Österreichs, die gerade die zentrale Matura einführen, beteiligen sich an der Diskussion.

Die Kultusministerkonferenz ist seit Jahren bemüht, die Vergleichbarkeit der Abiturprüfungen der Länder weiter zu erhöhen. So wurden Bildungsstandards für Deutsch, Mathematik und Fremdsprache verabschiedet und die Kultusministerkonferenz hat je einen Aufgabenpool für diese Fächer eingerichtet. Daraus können die Länder ab 2017 Aufgaben für ihre Abiturprüfungen entnehmen. In diesem Prozess konnten bereits zahlreiche Annäherungen bei den Abiturprüfungen erreicht werden. Trotzdem gibt es länderspezifische Besonderheiten und Traditionen, für deren Beibehaltung jeweils gute Gründe sprechen mögen, die aber eine noch größere Vereinheitlichung erschweren. Dies hat unter anderem zur Folge, dass die Länder einen noch immer hohen Anpassungsbedarf an den Aufgaben des IQB-Pools sehen.

In der Vergangenheit gab es kaum Kontakte oder gar Absprachen zwischen den Ländern, auch die Forschung hat um die Gestaltung von Prüfungen eher einen großen Bogen gemacht. Erst seit 2014 schreiben die Länder Bayern, Hamburg, Bremen, Brandenburg, Niedersachsen, Mecklenburg-Vorpommern, Schleswig-Holstein und Sachsen Teilaufgaben gemeinsam.

Sächsische Zeitung /
30.11.2016 / Seite 2

Mathe-Abitur soll vergleichbar werden

Die Bundesländer gestalten ihre Prüfungen unterschiedlich. Das soll sich ändern, um die Noten besser vergleichen zu können.

VON ANDREA SCHAWÉ

Wie könnte das Abitur im Fach Mathematik im Jahr 2030 aussehen? Diese Frage diskutieren Experten aus allen Bundesländern am Dienstag und Mittwoch bei einer Tagung in Dresden. „Das gab es noch nie“, sagt Rainer Heinrich vom Sächsischen Kultusministerium, das die Tagung organisiert. Zusammen mit Aufgabenentwicklern der Bundesländer, Vertretern von Mathematikverbänden und Fachdidaktikern soll diskutiert werden, wie Ländertraditionen überwunden und die Aufgaben bundesweit angeglichen werden können.

Aktuell sind die Abituraufgaben im Fach Mathematik in den Bundesländern sehr unterschiedlich gestaltet. Die Schüler haben in den Klassenstufen fünf bis zum Abitur zwischen 28 und 38 Stunden Mathematikunterricht pro Woche. In manchen Län-

dern gibt es in den Prüfungen einen Teil der Aufgaben, der ohne Hilfsmittel wie Grafiktaschenrechner gelöst werden muss – in anderen fehlt dieser Teil. In Hessen und Niedersachsen dürfen die Schüler Aufgaben auswählen, in Bremen und Nordrhein-Westfalen die Lehrer, in Hamburg, dem Saarland und Sachsen werden alle Aufgaben vorgegeben.

Schon seit dem Jahr 2000 bemüht sich die Kultusministerkonferenz, die Vergleichbarkeit der Abiturprüfungen der Länder zu erhöhen. Es wurden Bildungsstandards für Deutsch, Mathematik und Fremdsprachen verabschiedet und ein Aufgabenpool für diese Fächer eingerichtet. Daraus können die Länder ab 2017 Aufgaben für ihre Abiturprüfungen entnehmen. „In diesem Prozess konnten bereits zahlreiche Annäherungen bei den Abiturprüfungen erreicht werden“, so Heinrich. Seit 2014 schreiben etwa die Länder Bayern, Hamburg, Bremen, Brandenburg, Niedersachsen, Mecklenburg-Vorpommern, Schleswig-Holstein und Sachsen Teilaufgaben gemeinsam.

Dresdner Neueste
Nachrichten / 29.11.2016 /
Seite 4

Mathe-Abitur soll angeglichen werden

DRESDEN. Das gab es noch nie: Zum ersten Mal treffen sich ab heute Experten aus allen 16 Bundesländern, um über die Frage zu diskutieren, wie eine Abiturprüfung im Fach Mathematik im Jahre 2030 aussehen könnte. Mit der Premiere in Dresden soll „ein weiterer Schritt gegangen werden, Ländertraditionen zu überwinden und die Aufgaben bundesweit anzugleichen“, erklärt das sächsische Kultusministerium, das die Konferenz organisiert. Neben Aufgabenentwicklern nehmen zahlreiche Fachdidaktiker der Universitäten teil. Auch Vertreter Österreichs, die gerade die zentrale Matura einführen, sind anwesend.

Die Kultusministerkonferenz arbeitet an einer besseren Vergleichbarkeit der Abiturprüfungen. Für Deutsch, Mathematik und Fremdsprache gibt es einen Aufgabenpool, aus dem sich die Länder ab 2017 bedienen können. Erst seit 2014 schreiben Abiturienten aus acht Bundesländern, darunter Sachsen, Teilaufgaben gemeinsam.

ski

Herausgeber:

Sächsisches Staatsministerium für Kultus
Carolaplatz 1, 01097 Dresden
Bürgertelefon: 0351 5642526
E-Mail: info@smk.sachsen.de
www.bildung.sachsen.de
(Kein Zugang für elektronisch signierte sowie
für verschlüsselte elektronische Dokumente)

Gestaltung und Satz:

Hi Agentur e.K.

Druck:

Union Druckerei Dresden GmbH

Redaktionsschluss:

September 2017

Bezug:

Diese Druckschrift kann kostenfrei bezogen werden bei:
Zentraler Broschürenversand der Sächsischen Staatsregierung
Hammerweg 30, 01127 Dresden
Telefon: +49 351 2103671
Telefax: +49 351 2103681
E-Mail: publikationen@sachsen.de
www.publikationen.sachsen.de

Verteilerhinweis

Diese Informationsschrift wird von der Sächsischen Staatsregierung im Rahmen ihrer verfassungsmäßigen Verpflichtung zur Information der Öffentlichkeit herausgegeben. Sie darf weder von Parteien noch von deren Kandidaten oder Helfern im Zeitraum von sechs Monaten vor einer Wahl zum Zwecke der Wahlwerbung verwendet werden. Dies gilt für alle Wahlen.

Missbräuchlich ist insbesondere die Verteilung auf Wahlveranstaltungen, an Informationsständen der Parteien sowie das Einlegen, Aufdrucken oder Aufkleben parteipolitischer Informationen oder Werbemittel. Untersagt ist auch die Weitergabe an Dritte zur Verwendung bei der Wahlwerbung.

Auch ohne zeitlichen Bezug zu einer bevorstehenden Wahl darf die vorliegende Druckschrift nicht so verwendet werden, dass dies als Parteinarbeit des Herausgebers zu Gunsten einzelner politischer Gruppen verstanden werden könnte.

Diese Beschränkungen gelten unabhängig vom Vertriebsweg, also unabhängig davon, auf welchem Wege und in welcher Anzahl diese Informationsschrift dem Empfänger zugegangen ist. Erlaubt ist jedoch den Parteien, diese Informationsschrift zur Unterrichtung ihrer Mitglieder zu verwenden.

Copyright

Diese Veröffentlichung ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, auch die des Nachdruckes von Auszügen und der fotomechanischen Wiedergabe, sind dem Herausgeber vorbehalten.